

# WORKING PAPER

# 20-04

## Prospectieve sterftequotienten

M. Lambrecht, J.-M. Paul

November 2004



**Federaal  
Planbureau**

Economische analyses en vooruitzichten

Kunstlaan 47-49

B-1000 Brussel

Tel.: (02)507.73.11

Fax: (02)507.73.73

E-mail: [contact@plan.be](mailto:contact@plan.be)

URL: <http://www.plan.be>

**.be**



An abstract graphic on the right side of the page. It features a large, light gray curved line that starts from the top left and sweeps downwards to the right. Overlapping this curve are several parallel, light gray lines that resemble the fingers of a hand, pointing towards the bottom right. The lines vary in length and thickness, creating a sense of depth and movement.

# Prospectieve sterftequotienten

M. Lambrecht, J.-M. Paul

November 2004





## Federaal Planbureau

Het Federaal Planbureau (FPB) is een instelling van openbaar nut.

Het FPB voert beleidsrelevant onderzoek uit op economisch, sociaal-economisch vlak en op het vlak van leefmilieu.

Hiertoe verzamelt en analyseert het FPB gegevens, onderzoekt het aanneembare toekomstscenario's, identificeert het alternatieven, beoordeelt het de gevolgen van beleidsbeslissingen en formuleert het voorstellen.

Het stelt zijn wetenschappelijke expertise onder meer ter beschikking van de regering, het Parlement, de sociale gesprekspartners, nationale en internationale instellingen.

Het FPB zorgt voor een ruime verspreiding van zijn werkzaamheden. De resultaten van zijn onderzoek worden ter kennis gebracht van de gemeenschap en dragen zo bij tot het democratisch debat.

## Internet

URL: <http://www.plan.be>

E-mail: [contact@plan.be](mailto:contact@plan.be)

## Publicaties

Terugkerende publicaties:

*De economische vooruitzichten*  
*De economische begroting*  
*De "Short Term Update"*

Planning Papers (de laatste nummers)

*Het doel van de "Planning Papers" is de analyse- en onderzoekswerkzaamheden van het Federaal Planbureau te verspreiden.*

95 *Energievooruitzichten voor België tegen 2030*  
Dominique Gusbin, Bruno Hoornaert - Januari 2004

96 *Budgettaire kost van een werkloze 1987 à 2002 - Actualisering van Planning Paper 79 van september 1997*  
V. Bresseleers, N. Fasquelle, K. Hendrickx, L. Measure, M. Saintrain, B. Scholtus, P. Stockman - September 2004

Working Papers (de laatste nummers)

17-04 *Duurzame ontwikkeling en bestaansmiddelen voor oude inactieven: een verkenning*  
J.-M. Frère - September 2004

18-04 *Een kink in de kabel: de kosten van een storing in de stroomvoorziening*  
D. Devogelaer, D. Gusbin - September 2004

19-04 *Demande maîtrisée d'électricité: Elaboration d'une projection à l'horizon 2020*  
D. Gusbin - Oktober 2004

Overname wordt toegestaan, behalve voor handelsdoeleinden, mits bronvermelding.

Verantwoordelijke uitgever: Henri Bogaert  
Wettelijk Depot: D/2004/7433/38

---

De beleidscel van de Minister van Pensioenen vroeg aan het Federaal Planbureau (FPB) om in samenwerking met het Nationaal Instituut voor de Statistiek (NIS), thans Directie 'Statistiek en Economische Informatie' van de federale overheidsdienst Economie, de prospectieve sterftetafels voor te bereiden. Die tafels zouden als referentie worden gebruikt voor de actualisatieregels bij de omzetting van een kapitaal in rente in het kader van de wet van 28 april 2003 betreffende de aanvullende pensioenen.

Dit rapport geeft de stand van zaken weer van de werken die van september 2003 tot februari 2004 werden uitgevoerd in samenwerking met een werkgroep die bestond uit vertegenwoordigers van de Commissie voor het Bank-, Financier- en Assurantiewezen (CBFA), de Koninklijke Vereniging van Belgische Actuarissen (KVBA), professoren van de UCL die vroeger met de KVBA samenwerkten om de prospectieve tabellen te definiëren, het NIS en het FPB.

---



## Inhoudstafel

<b>I</b>	<b>Inleiding</b>	<b>1</b>
	A. Samenvatting	1
	B. Institutioneel kader	1
	C. Gegevens	2
<b>II</b>	<b>Methodologie van het FPB en resultaten</b>	<b>3</b>
	A. Inleiding	3
	B. Methodologie	4
	1. Samenvatting	4
	2. Noteringen	4
	3. Afvlakking van de reeksen	4
	4. Modelleren van de $q_{x,t}$	5
	C. Resultaten	10
	1. Keuze van de parameters en hypothesen	10
	2. Waarden van de alfa's en bèta's	11
	3. Profielen van de $q_{x,t}$ over de verschillende leeftijden	12
	4. Waarden van de $q_{x,t}$ per leeftijd	13
	5. Waarden van de levensverwachtingen per leeftijd ( $E_{x,t}$ )	16
	D. Opmerking: Naar een convergentie van de levensverwachting van mannen en vrouwen bij de geboorte?	19
<b>III</b>	<b>Methodologie van de UCL en vergelijking FPB-UCL</b>	<b>21</b>
	A. Methodologie van de UCL	21
	B. Vergelijking van de methodes van het FPB-UCL	22
	C. Vergelijking van de resultaten FPB-UCL	22
<b>IV</b>	<b>Vergelijking van de levensverwachtingen per leeftijd in de verschillende bronnen</b>	<b>31</b>

V	Benadering per generatie	33
	A. Profielen van de $q_{x,t}$ per generatie	33
	B. Levensverwachtingen per generatie	34
VI	Bijlage	37
	Lijst van de deelnemers aan de werkgroep	37





# Inleiding

## A. Samenvatting

Deze studie biedt een originele benadering aan voor de projectie van sterftequotiënten. Hierbij wordt er een beroep gedaan op twee verschillende methodes. Voor de leeftijden waarvoor een duidelijke trend kan worden waargenomen, maakt de eerste methode gebruik van klassieke ramings- en afvlakkingsmethodes van de quotiënten per leeftijd. Voor de hogere leeftijden waarover de gegevens onregelmatiger zijn, steunt de tweede methode op een wiskundige formulering die de resultaten van de eerste methode doortrekken op een harmonieuze manier.

De verkregen projecties van de sterftequotiënten werden vergeleken met de resultaten van de Lee-Carter-methode. Die resultaten werden berekend door de UCL op basis van dezelfde gegevens. De twee benaderingen zijn weliswaar methodologisch verschillend, maar leveren gelijkaardige resultaten op.

De bekomen resultaten werden geanalyseerd en vergeleken met vroegere oefeningen. Vervolgens werden ze gebruikt om de levensverwachting per generatie te berekenen tot in 2100.

## B. Institutioneel kader

De wet van 28 april 2003 betreffende de aanvullende pensioenen en het belastingstelsel van die pensioenen en van sommige aanvullende voordelen inzake sociale zekerheid (B.S van 15.05.2003, erratum in het B.S. van 16.05.2003) bepaalt in de koninklijke uitvoeringsbesluiten (B.S. van 14.11.2003) dat 'de gebruikte actualisatieregels [voor de omzetting van een kapitaal in rente] geen resultaat mogen opleveren dat kleiner is dan het resultaat dat men zou verkrijgen met Belgische prospectieve sterftetafels die worden vastgesteld door de CBFA op basis van de laatste demografische studies uitgevoerd door het Nationaal Instituut voor de Statistiek en het Federaal Planbureau'.

Bij die gelegenheid heeft het Federaal Planbureau, in overleg met de Directie 'Statistiek en Economische Informatie' van de federale overheidsdienst Economie, hierna NIS genoemd, de methodologie voor de projecties van de sterftequotiënten herzien om deze te verfijnen, waarbij rekening gehouden wordt met de recentste waarnemingen.

Vermits de actuarissen aan die werkzaamheden wilden meewerken, werd er een werkgroep opgericht met vertegenwoordigers van de Commissie voor het Bank,

Financie- en Assurantiewezen (CBFA), de Koninklijke Vereniging van Belgische Actuarissen (KVBA), professoren van de UCL die vroeger met de KVBA samenwerkten om de prospectieve tafels te definiëren, het NIS en het FPB. Een subgroep heeft in het bijzonder de uitwerking van de prospectieve sterftequotiënten die op het FPB werden geactualiseerd, begeleid, meer bepaald door de ontwikkelde methodes van professor Denuit van de UCL te vergelijken met de methodes die het FPB koos. In de bijlage wordt bij punt VI de lijst van deelnemers aan de werkgroep en de subwerkgroep weergegeven.

## C. Gegevens

Het sterftequotiënt, of  $q_{x,t}$ , wordt gedefinieerd zoals in de sterftetafels van het NIS. Het vertegenwoordigt de kans dat iemand die de leeftijd  $(x-1)$  heeft bereikt op 1 januari van het jaar  $t$ , overlijdt in de loop van het jaar, dus vóór 1 januari van het jaar  $(t+1)$ , de datum waarop die persoon leeftijd  $x$  zou hebben gehad.

Het FPB levert de basis van sterftequotiënten ( $q_{x,t}$ ) per leeftijd en per geslacht voor de periode 1948-2001 voor België:

- De quotiënten werden door het FPB berekend voor de jaren 1948-1993 op basis van de bevolkings- en sterfecijfers van het NIS en in overeenstemming met de methodologie van het NIS. De tafels van het NIS voor die periode waren immers enkel meerjarig.
- De berekeningen per jaar die sinds 1994 door het NIS werden gemaakt, werden voor de jaren 1994-2001 overgenomen.



## Methodologie van het FPB en resultaten

### A. Inleiding

Na enige overweging werd er beslist om *de  $q_{x,t}$  per leeftijd en per geslacht te projecteren*. Hierbij wordt de tijd als verklarende variabele gebruikt die nog beter de evoluties samenvat die op verschillende momenten van het leven opduiken, zoals de vooruitgang die geboekt wordt inzake kindersterfte, de ongevallen bij jonge bestuurders, de gestage vooruitgang van de geneeskunde voor de leeftijdsgroep 45-60-jarigen (meer bepaald de daling van het aantal hart- en vaatziekten en kankers) en een geleidelijke daling van het sterftecijfer op hoge leeftijd. De analyse per generatie (naargelang van het geboortejaar) gaf de ramingen niet voldoende ondersteuning.

Uiteindelijk werd *de biologische sterftetafel van Duchêne-Wunsch<sup>1</sup> die in 1988 werd opgesteld, niet gebruikt bij het bijstellen van het model, maar wel als controlepunt*. Die tafel geeft identieke sterftequotienten voor mannen en vrouwen, die zouden voortvloeien uit een daling van het aantal vermijdbare ziektes en ongevallen. De tafel leidt tot sterftequotienten die tot de leeftijd van 36 jaar gelijk zijn aan nul en tot een levensverwachting bij de geboorte van 91, 44 jaar.

Vermits de sterfteomstandigheden sterk verbeterd zijn na de jaren zestig, *vormen de gegevens vanaf 1970 de basis van de gekozen modellering* om beter het recente tempo van de vooruitgang weer te geven.

*De raming is gebaseerd op gegevens die voor alle leeftijden tot 89 jaar waargenomen zijn.*

*Gelet op het klein aantal waarnemingen en het onregelmatige karakter van de  $q_{x,t}$  voor hoge leeftijden, gaan we voor de leeftijden na 89 jaar over tot een verlenging van de curve van de  $q_{x,t}$  voor de verschillende leeftijden van elk jaar. Dat gebeurt op basis van een curve die neigt naar de limiet van 1, maar op erg hoge leeftijd namelijk 130 jaar voor mannen en 140 jaar voor vrouwen. In de loop van de eeuw wordt nog een winst van 5 jaar geboekt. Die hypothesen werden gekozen om rekening te kunnen houden met de opvallende trends van de waargenomen  $q_{x,t}$ . Hierbij wordt er wel op toegezien dat de  $q_{x,t}$  niet te hoog worden voor de leeftijden die de bevolking normaal gezien niet zou halen in de loop van de volgende eeuw.*

Volgens de demograaf Michel Poulain die het sterftecijfer op hoge leeftijd van nabij volgt en die het werk van het FPB heeft kunnen bekijken, is het inderdaad weinig waarschijnlijk dat de quotienten van 0,60 overschreden worden en, op de beruchte uitzondering van het type 'Jeanne Calment' na, zou de maximumleeftijd in feite niet hoger zijn dan 114 jaar in de loop van deze eeuw.

1. Duchêne, J. en Wunsch, G., 'From the Demographer's Cauldron: Single Decrement Life Tables and the Span of Life', *Genus*, XLIV, 3-4, 1988, 1-17.

## B. Methodologie

### 1. Samenvatting

De voorgestelde benadering omschrijft twee projectiemethodes van de  $q_{x,t}$ : een methode voor de leeftijden waarvoor een duidelijke trend waargenomen wordt en een methode voor de hoge leeftijden waarvoor de waarnemingen onregelmatiger zijn. In de eerste methode worden twee sets parameters geraamd op basis van waargenomen gegevens. In de tweede methode wordt een algemene berekeningsformule voorgesteld.

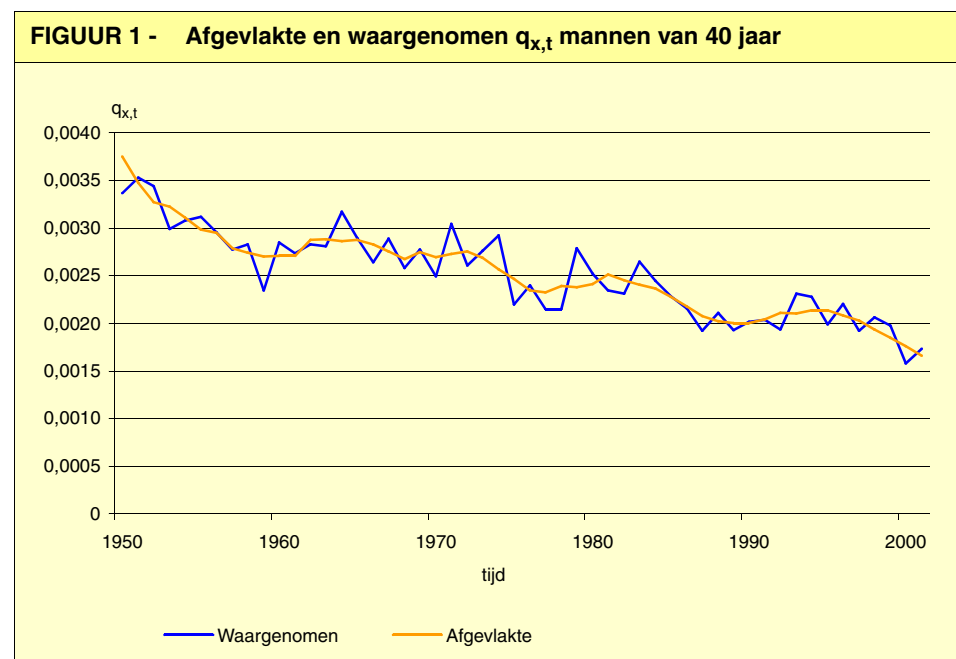
Dezelfde oefening wordt voor beide geslachten overgedaan.

### 2. Noteringen

- $x$  staat voor een leeftijd
- $t$  staat voor een kalenderjaar
- $q_{x,t}$  vertegenwoordigt de kans dat iemand die leeftijd  $(x-1)$  heeft bereikt op 1 januari van het jaar  $t$ , overlijdt in de loop van het jaar, dus vóór 1 januari van het jaar  $(t+1)$ , datum waarop die persoon leeftijd  $x$  zou hebben bereikt.

### 3. Afvlakking van de reeksen

De beschikbare waarnemingen omvatten de periode 1948 en 2001. De reeksen worden afgevlakt over de tijd aan de hand van een methode van het voortschrijdend meetkundig gemiddelde. De volgende grafiek toont het effect van de afvlakking op de  $q_{x,t}$  van mannen van 40 jaar.



#### 4. Modelling van de $q_{x,t}$

Het algemene model wordt uitgedrukt in de vorm van een negatieve exponentiële:

$$q_{x,t} = e^{\alpha_x + \beta_x t} \quad (1)$$

of

- $0 \leq q_{x,t} \leq 1, \forall x, \forall t$
- $\alpha_x \leq 0, \forall x$
- $\beta_x \leq 0, \forall x$

$\alpha_x$  is dus de logaritme van de beginwaarde van  $q_{x,t}$ , of  $\ln(q_{x,0})$ .  
 $\beta_x$  wijst op de afnamesnelheid van  $q_{x,t}$  naargelang van de  $t$ .

Vermits de gegevens slechts een duidelijke trend vertonen tot aan een bepaalde leeftijd (ongeveer 90 jaar), kan dit model slechts geldig geraamd worden voor  $x < 90$ . Voor de waarden die groter zijn dan  $x$  wordt er een andere evaluatiemethode van de  $\alpha_x$  en  $\beta_x$  voorgesteld.

##### a. Methode 1 voor de leeftijden jonger dan 90 jaar: raming gebaseerd op de waargenomen reeksen van $q_{x,t}$ per leeftijd

De raming van de coëfficiënten verloopt in drie stappen.

###### *Stap 1: raming via een OLS-methode*

De coëfficiënten  $\alpha_x$  en  $\beta_x$  worden voor elke leeftijd  $x$  geraamd aan de hand van een methode van de kleinste kwadraten na de omzetting naar de logaritme.

De gekozen ramingsperiode is 1970-2001 omdat het waargenomen gedrag voor de reeksen vanaf de jaren 70 veranderde. Vanaf de jaren 70 werd er een duidelijke verbetering van de sterfteomstandigheden vastgesteld.

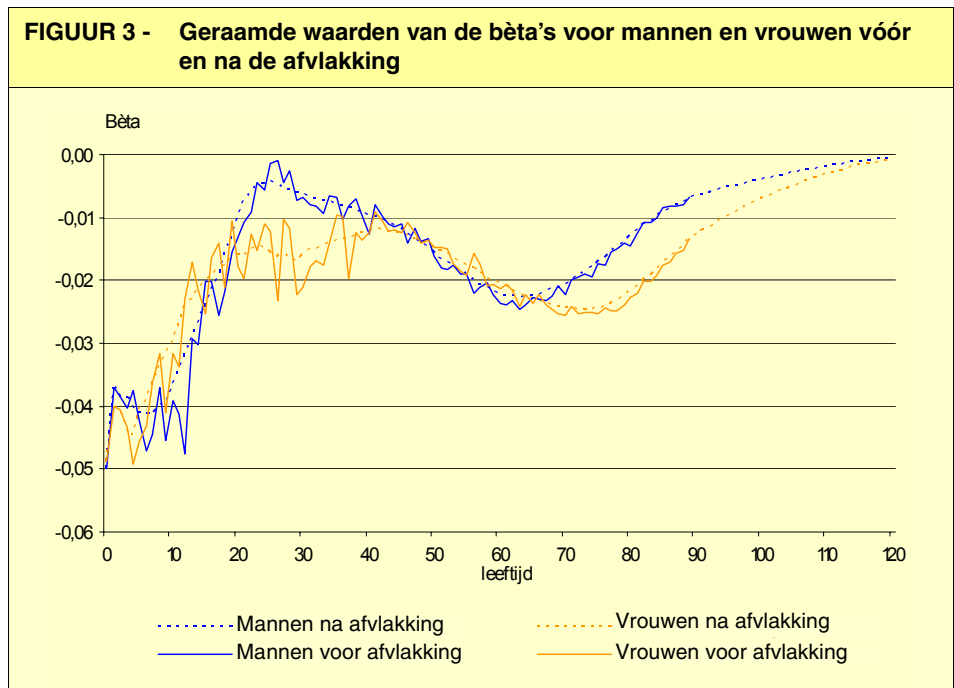
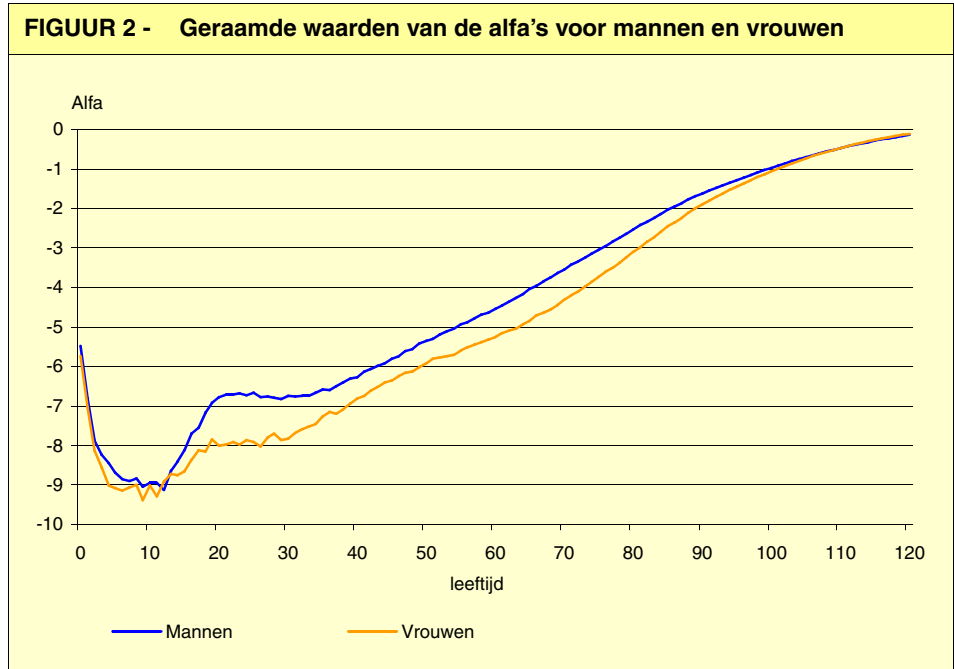
###### *Stap 2: afvlakking van $\beta_x$*

Na de raming wordt er overgegaan op een afvlakking van de  $\beta_x$  aan de hand van de methode van het meetkundig gemiddelde. Die afvlakking maakt een natuurlijke overgang van curve  $q_{x,t}$  naar een volgende curve mogelijk. Daarbij worden enerzijds de schokken in curve  $\beta_x$  vermeden en anderzijds, de kruising op lange termijn van de opeenvolgende curven van de  $q_{x,t}$ .

###### *Stap 3: het kalibreren van $\alpha_x$*

De  $\alpha_x$  worden vervolgens opnieuw geraamd over de periode 1994-2001 door de  $\beta_x$  constant te houden zodat de geraamde curven zich correct 'hechten' aan de laatst waargenomen waarden.

De figuren 2 en 3 geven een grafische voorstelling van de waarden van de  $\alpha_x$  en  $\beta_x$  die voortvloeien uit die berekeningen tot aan de leeftijd van 89 jaar. De waarden die verder gaan dan 89 jaar vloeien voort uit de berekeningen die in punt **b** hierna worden uiteengezet.



**b. Methode 2 voor de leeftijden van 90 jaar en ouder: berekende verlen-  
ging van de waarden van de  $\alpha_x$  en de  $\beta_x$**

Voor de hoge leeftijden zijn er voor de  $q_{x,t}$  geen gegevens beschikbaar tenzij onregelmatige gegevens. In de veronderstelling dat hetzelfde exponentiële model van toepassing is voor die hoge leeftijden, dient er een formule te worden uitgewerkt voor de berekening van de waarden van  $\alpha_x$  en  $\beta_x$  voor  $x \geq 90$ .

De methode omvat twee stappen: ten eerste worden de grensleeftijden als constant beschouwd, met andere woorden, de leeftijden waarbij de kans op overlijden gelijk is aan 1; ten tweede worden de formules voor de grensleeftijden die in de tijd toenemen, veralgemeend.

*Constante grensleeftijden*

Gegeven

- $\tilde{x}$  is de grensleeftijd zodat  $q_{\tilde{x},t} = 1, \forall t$
- $x_0$  is het laatste jaar dat door methode 1 wordt gedekt (zie punt a)

We hebben dus:

$$q_{\tilde{x},t} = e^{\alpha_{\tilde{x}} + \beta_{\tilde{x}}t} = 1 \quad (2)$$

Hieruit volgt dat:

$$\alpha_{\tilde{x}} = \beta_{\tilde{x}} = 0 \quad (3)$$

Vertekkend van  $\alpha_{x_0}$  en  $\beta_{x_0}$  van de laatste geraamde leeftijd  $x_0$ , laten we  $\alpha_x$  en  $\beta_x$  afnemen naar 0 aan de hand van de volgende formules:

$$\alpha_x = \alpha_{x_0} \lambda_x^\zeta \quad (4)$$

$$\beta_x = \beta_{x_0} \lambda_x^\zeta \quad (5)$$

waarbij

$$\lambda_x = \frac{(\tilde{x} - x)}{(\tilde{x} - x_0)} \quad (6)$$

en

$$\zeta > 0 \quad (7)$$

De formule (1) wordt dus voor de leeftijden die hoger zijn dan  $x_0$ :

$$q_{x,t} = e^{\alpha_{x_0} \lambda_x^\zeta + \beta_{x_0} \lambda_x^\zeta \times t} \quad (8)$$

De waarde van  $\zeta$ , die de dalingssnelheid van de  $\alpha_x$  en  $\beta_x$  bepaalt, en bijgevolg die van de  $q_{x,t}$ , wordt hierna berekend.

### Stijgende grensleeftijden

De voorgaande formules kunnen gemakkelijk veralgemeend worden om de toename van de grensleeftijden te integreren. Hierbij dient te worden opgemerkt dat in dit geval de coëfficiënten  $\alpha_x$  en  $\beta_x$  afhangen van  $t$  voor  $x > x_0$ .

Gegeven:

- $\theta$  is de toename van de grensleeftijd per jaar ( $\Delta^t \tilde{x}_t = \theta$ )
- $t_0$  is het laatst waargenomen jaar

Door (6) te veralgemenen, wordt dat:

$$\lambda_{x,t} = \frac{(\tilde{x}_{t_0} + \theta(t - t_0) - x)}{(\tilde{x}_{t_0} + \theta(t - t_0) - x_0)} \quad (9)$$

en (4) en (5) worden respectievelijk:

$$\alpha_{x,t} = \alpha_{x_0} \lambda_{x,t}^{\zeta} \quad (10)$$

$$\beta_{x,t} = \beta_{x_0} \lambda_{x,t}^{\zeta} \quad (11)$$

De algemene formule van de  $q_{x,t}$  waarin de toename van de grensleeftijden is opgenomen, hangt nu alleen nog maar af van gekende waarden van  $\zeta$  en van  $t$ . De vorm wordt als volgt geschreven:

$$q_{x,t} = e^{\alpha_{x_0} \left[ \frac{(\tilde{x}_{t_0} + \theta(t - t_0) - x)}{(\tilde{x}_{t_0} + \theta(t - t_0) - x_0)} \right]^{\zeta} + \beta_{x_0} \left[ \frac{(\tilde{x}_{t_0} + \theta(t - t_0) - x)}{(\tilde{x}_{t_0} + \theta(t - t_0) - x_0)} \right]^{\zeta} t} \quad (12)$$

### Bepaling van $\zeta$

De coëfficiënt  $\zeta$  wordt zo berekend dat de afgeleide van  $q_{x,t}$  ten opzichte van  $x$  in  $x_0 + 1$  identiek is aan die in  $x_0$ , wat discreet kan worden geschreven als:

$$\left. \frac{\Delta q_{x,t}}{\Delta x} \right|_{x_0+1} = \left. \frac{\Delta q_{x,t}}{\Delta x} \right|_{x_0} \quad (13)$$

gegeven

$$\frac{q_{(x_0+1),t} - q_{x_0,t}}{x_0+1 - x_0} = \frac{q_{x_0,t} - q_{(x_0-1),t}}{x_0 - (x_0-1)} \quad (14)$$

en dus

$$q_{(x_0+1),t} = 2q_{x_0,t} - q_{(x_0-1),t} \quad (15)$$



Bovendien volgt uit (8) dat

$$\ln(q_{(x_0+1),t}) = \alpha_{x_0} \lambda_{(x_0+1),t}^{\zeta} + \beta_{x_0} \lambda_{(x_0+1),t}^{\zeta} \times t \quad (16)$$

$$\ln(q_{(x_0+1),t}) = \lambda_{(x_0+1),t}^{\zeta} (\alpha_{x_0} + \beta_{x_0} \times t) \quad (17)$$

$$\ln(q_{(x_0+1),t}) = \lambda_{(x_0+1),t}^{\zeta} \ln(q_{x_0,t}) \quad (18)$$

Bijgevolg:

$$\zeta_t = \frac{\ln\left(\frac{\ln(q_{(x_0+1),t})}{\ln(q_{x_0,t})}\right)}{\ln(\lambda_{(x_0+1),t})} \quad (19)$$

Door (15) in te voeren en (9) om te zetten voor  $x = x_0 + 1$  verkrijgt men uiteindelijk de volgende algemene formule voor  $\zeta_t$ :

$$\zeta_t = \frac{\ln\left(\frac{\ln(2q_{x_0,t} - q_{(x_0-1),t})}{\ln(q_{x_0,t})}\right)}{\ln\left(1 - \frac{1}{(\tilde{x}_{t_0} + \theta(t - t_0) - x_0)}\right)} \quad (20)$$

De waarden van  $\alpha_{x,t}$  en  $\beta_{x,t}$  zijn dus bepaald voor de hoge leeftijden door de formules (21) en (22) die afhangen van:

- de tijd,
- $x_0$ , laatste ramingsjaar,
- $q_{x_0}$  en  $q_{x_0-1}$ , de waarden van de  $q_{x,t}$  bij de laatste leeftijden waarvoor een raming bestaat (methode 1),
- $t_0$ , laatste jaar van de ramingsperiode,
- $\tilde{x}_{t_0}$ , grensleeftijd voor het laatste jaar van de ramingsperiode (te bepalen hypothese),
- $\theta$ , toename van de grensleeftijd per kalenderjaar (te bepalen hypothese),
- $\alpha_{x_0}$  en  $\beta_{x_0}$ , waarden van de coëfficiënten berekend voor de laatste leeftijd geraamd door methode 1.

De waarden van de  $\alpha_{x,t}$  en  $\beta_{x,t}$  hangen dus alleen nog maar af van de waarden die berekend werden door de voorgaande ramingen (zie methode 1 bij punt a) en van de vast te leggen hypothesen.

$$\alpha_{x,t} = \alpha_{x_0} \left( \frac{(\tilde{x}_{t_0} + \theta(t-t_0) - x)}{(\tilde{x}_{t_0} + \theta(t-t_0) - x_0)} \right)^{\left( \frac{\ln \left( \frac{\ln(2q_{x_0,t} - q_{(x_0-1),t})}{\ln(q_{x_0,t})} \right)}{\ln \left( 1 - \frac{1}{(\tilde{x}_{t_0} + \theta(t-t_0) - x_0)} \right)} \right)} \quad (21)$$

$$\beta_{x,t} = \beta_{x_0} \left( \frac{(\tilde{x}_{t_0} + \theta(t-t_0) - x)}{(\tilde{x}_{t_0} + \theta(t-t_0) - x_0)} \right)^{\left( \frac{\ln \left( \frac{\ln(2q_{x_0,t} - q_{(x_0-1),t})}{\ln(q_{x_0,t})} \right)}{\ln \left( 1 - \frac{1}{(\tilde{x}_{t_0} + \theta(t-t_0) - x_0)} \right)} \right)} \quad (22)$$

Met die definities, die teruggezet worden in (23), kan een waarde uit  $q_{x,t}$  verkregen worden.

$$q_{x,t} = e^{\alpha_{x,t} + \beta_{x,t}t} \quad (23)$$

## C. Resultaten

### 1. Keuze van de parameters en hypothesen

De gekozen parameters en hypothesen voor de simulatie worden in de volgende tabel weergegeven:

Parameters	Waarden voor de projectie
initiële ramingsperiode	1970-2001
aantal afvlakkingsperiodes van de bèta's vanaf $\beta_2$	6 periodes
$x_0$ : laatste leeftijd waarvoor $\beta_x$ en $\alpha_x$ geraamd zijn	89 jaar
$t_0$ : laatste jaar van de ramingsperiode	2001
Hypothesen	Waarden voor de projectie
$\tilde{x}_{t_0}$ : grensleeftijd in $t_0$ voor mannen	130 jaar
$\tilde{x}_{t_0}$ : grensleeftijd in $t_0$ voor vrouwen	140 jaar
$\theta$ : toename grensleeftijd per kalenderjaar	0,05 jaar

## 2. Waarden van de alfa's en bèta's

De toepassing van de hierboven bepaalde parameters op de hogervermelde ontwikkelde methode, levert een reeks coëfficiënten  $\alpha_{x,t}$  en  $\beta_{x,t}$  op voor mannen en vrouwen. Dankzij die coëfficiënten, die in de tabel hierna zijn opgenomen, kunnen de waarden van  $q_{x,t}$  voor alle leeftijden en alle jaren bekomen worden aan de hand van formule (1) tot aan de leeftijd van 89 jaar en aan de hand van de formules (21) tot (23) en voor de leeftijden ouder dan 89 jaar.

Er dient opgemerkt te worden dat vanaf 90 jaar de coëfficiënten variëren naargelang van de tijd. Voor die leeftijden, zijn de waarden die in de tabel zijn opgenomen  $\alpha_{x,t_0+1}$  en  $\beta_{x,t_0+1}$ , namelijk de waarden van het beginjaar van de projectie.

**TABEL 1 - Waarden van de geraamde en berekende alfa's en bèta's**

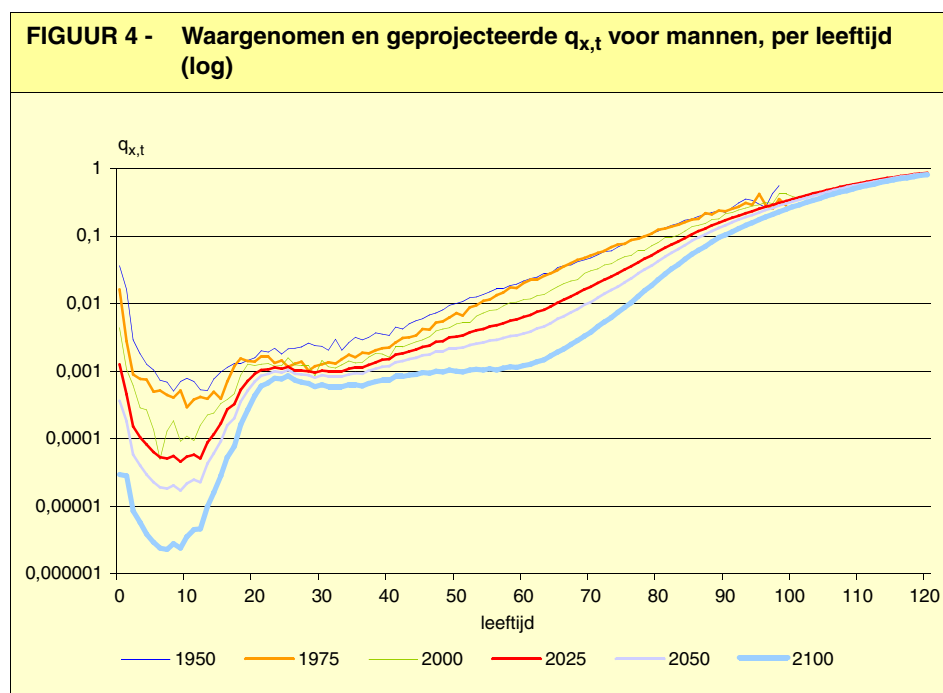
Leeftijd	Mannen		Vrouwen		Leeftijd	Mannen		Vrouwen		Leeftijd	Mannen		Vrouwen	
	Alfa	Bèta	Alfa	Bèta		Alfa	Bèta	Alfa	Bèta		Alfa	Bèta	Alfa	Bèta
0	-5,482	-0,050	-5,734	-0,049	40	-6,278	-0,010	-6,813	-0,012	80	-2,528	-0,013	-3,102	-0,022
1	-6,807	-0,037	-7,037	-0,040	41	-6,120	-0,010	-6,740	-0,012	81	-2,420	-0,012	-2,981	-0,021
2	-7,878	-0,038	-8,138	-0,041	42	-6,069	-0,010	-6,616	-0,012	82	-2,330	-0,011	-2,834	-0,020
3	-8,232	-0,039	-8,565	-0,044	43	-5,980	-0,011	-6,522	-0,012	83	-2,238	-0,010	-2,716	-0,019
4	-8,442	-0,041	-9,019	-0,044	44	-5,908	-0,011	-6,398	-0,012	84	-2,135	-0,010	-2,585	-0,018
5	-8,682	-0,041	-9,082	-0,041	45	-5,798	-0,012	-6,352	-0,013	85	-2,032	-0,009	-2,455	-0,017
6	-8,852	-0,041	-9,138	-0,039	46	-5,732	-0,013	-6,234	-0,013	86	-1,942	-0,009	-2,348	-0,016
7	-8,891	-0,041	-9,056	-0,036	47	-5,601	-0,013	-6,158	-0,013	87	-1,862	-0,008	-2,233	-0,015
8	-8,841	-0,040	-8,990	-0,034	48	-5,552	-0,014	-6,125	-0,014	88	-1,767	-0,007	-2,105	-0,014
9	-9,046	-0,039	-9,380	-0,032	49	-5,416	-0,015	-6,009	-0,014	89	-1,688	-0,007	-1,996	-0,013
10	-8,945	-0,036	-9,016	-0,029	50	-5,356	-0,016	-5,909	-0,015	90	-1,616	-0,007	-1,898	-0,013
11	-8,942	-0,034	-9,281	-0,027	51	-5,296	-0,017	-5,802	-0,015	91	-1,544	-0,006	-1,803	-0,012
12	-9,126	-0,032	-8,907	-0,024	52	-5,179	-0,017	-5,765	-0,016	92	-1,474	-0,006	-1,711	-0,011
13	-8,642	-0,029	-8,713	-0,023	53	-5,101	-0,018	-5,745	-0,017	93	-1,406	-0,006	-1,622	-0,011
14	-8,417	-0,027	-8,752	-0,021	54	-5,036	-0,019	-5,708	-0,017	94	-1,339	-0,005	-1,535	-0,010
15	-8,126	-0,024	-8,653	-0,020	55	-4,925	-0,019	-5,593	-0,018	95	-1,273	-0,005	-1,452	-0,010
16	-7,692	-0,022	-8,365	-0,019	56	-4,875	-0,020	-5,508	-0,018	96	-1,209	-0,005	-1,371	-0,009
17	-7,561	-0,019	-8,113	-0,018	57	-4,782	-0,021	-5,453	-0,019	97	-1,147	-0,005	-1,294	-0,009
18	-7,172	-0,016	-8,150	-0,018	58	-4,677	-0,021	-5,388	-0,020	98	-1,086	-0,004	-1,219	-0,008
19	-6,923	-0,013	-7,845	-0,016	59	-4,632	-0,022	-5,322	-0,020	99	-1,026	-0,004	-1,146	-0,008
20	-6,771	-0,010	-8,005	-0,016	60	-4,534	-0,022	-5,244	-0,021	100	-0,968	-0,004	-1,076	-0,007
21	-6,711	-0,007	-7,966	-0,016	61	-4,458	-0,022	-5,156	-0,021	101	-0,911	-0,004	-1,009	-0,007
22	-6,708	-0,006	-7,905	-0,015	62	-4,352	-0,023	-5,082	-0,022	102	-0,856	-0,003	-0,945	-0,006
23	-6,673	-0,005	-7,967	-0,015	63	-4,269	-0,023	-5,036	-0,022	103	-0,802	-0,003	-0,883	-0,006
24	-6,732	-0,005	-7,863	-0,015	64	-4,172	-0,023	-4,920	-0,022	104	-0,750	-0,003	-0,824	-0,006
25	-6,661	-0,004	-7,904	-0,016	65	-4,040	-0,022	-4,847	-0,023	105	-0,699	-0,003	-0,767	-0,005
26	-6,776	-0,005	-8,023	-0,016	66	-3,947	-0,022	-4,705	-0,023	106	-0,650	-0,003	-0,712	-0,005
27	-6,760	-0,005	-7,794	-0,016	67	-3,847	-0,022	-4,635	-0,024	107	-0,603	-0,002	-0,660	-0,004
28	-6,784	-0,006	-7,707	-0,016	68	-3,751	-0,021	-4,546	-0,024	108	-0,557	-0,002	-0,611	-0,004
29	-6,824	-0,006	-7,862	-0,017	69	-3,630	-0,021	-4,441	-0,024	109	-0,513	-0,002	-0,563	-0,004
30	-6,749	-0,006	-7,824	-0,016	70	-3,550	-0,021	-4,318	-0,024	110	-0,470	-0,002	-0,518	-0,003
31	-6,761	-0,007	-7,689	-0,015	71	-3,424	-0,020	-4,197	-0,024	111	-0,429	-0,002	-0,476	-0,003
32	-6,744	-0,007	-7,581	-0,015	72	-3,332	-0,019	-4,099	-0,025	112	-0,390	-0,002	-0,435	-0,003
33	-6,737	-0,007	-7,528	-0,014	73	-3,240	-0,019	-3,978	-0,025	113	-0,352	-0,001	-0,397	-0,003
34	-6,656	-0,007	-7,457	-0,014	74	-3,151	-0,018	-3,865	-0,025	114	-0,316	-0,001	-0,360	-0,002
35	-6,586	-0,008	-7,256	-0,014	75	-3,040	-0,017	-3,733	-0,024	115	-0,282	-0,001	-0,326	-0,002
36	-6,595	-0,008	-7,148	-0,013	76	-2,952	-0,016	-3,604	-0,024	116	-0,250	-0,001	-0,294	-0,002
37	-6,495	-0,008	-7,202	-0,013	77	-2,832	-0,015	-3,504	-0,024	117	-0,219	-0,001	-0,264	-0,002

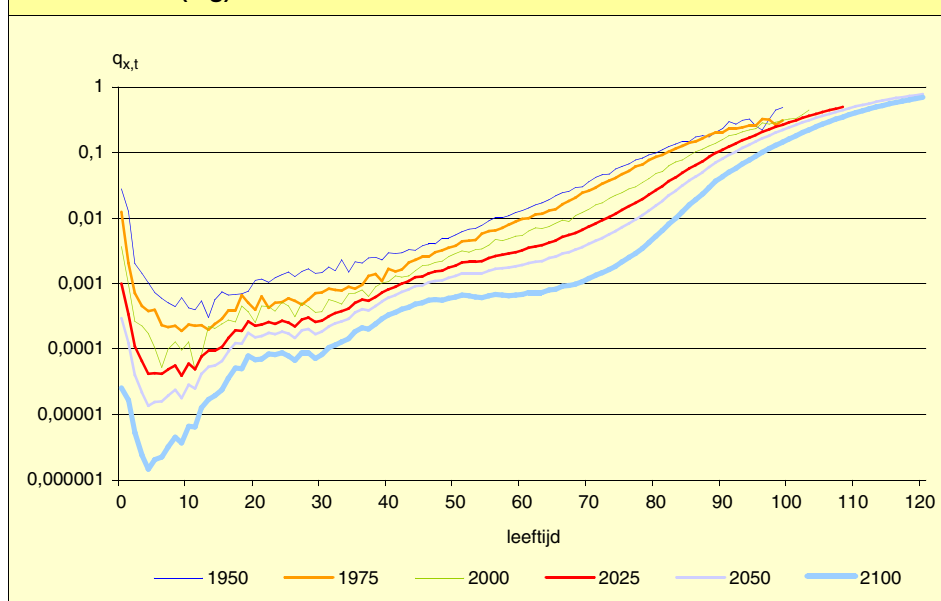
Leeftijd	Mannen		Vrouwen		Leeftijd	Mannen		Vrouwen		Leeftijd	Mannen		Vrouwen	
	Alfa	Bèta	Alfa	Bèta		Alfa	Bèta	Alfa	Bèta		Alfa	Bèta	Alfa	Bèta
38	-6,402	-0,009	-7,076	-0,013	78	-2,734	-0,015	-3,373	-0,023	118	-0,190	-0,001	-0,236	-0,002
39	-6,312	-0,009	-6,934	-0,012	79	-2,641	-0,014	-3,243	-0,022	119	-0,163	-0,001	-0,210	-0,001
40	-6,278	-0,010	-6,813	-0,012	80	-2,528	-0,013	-3,102	-0,022	120	-0,138	-0,001	-0,185	-0,001

### 3. Profielen van de $q_{x,t}$ over de verschillende leeftijden

De figuren 4 en 5 leveren de profielen van de  $q_{x,t}$  voor verschillende jaren van 1950 tot 2100.

De projecties volgen de opgetekende vooruitgang uit het recente verleden, waarbij de verschillen in omvang naargelang van de leeftijd en het geslacht worden benadrukt. Kindersterfte blijft dalen, zo ook het sterftcijfer op jonge leeftijd. Bij de jonge volwassenen van 18 tot 30 jaar, de leeftijdsgroep die in het bijzonder gekenmerkt wordt door ongevallen waarvan het aantal moeilijk gereduceerd kan worden, wordt wel vooruitgang geboekt, maar erg matig, vooral bij mannen. De daling van het sterftcijfer zou vooral opvallend blijven in de groep 45-75 jaar, zowel bij mannen als vrouwen. Bij de hoogbejaarden zou er nog vooruitgang worden geboekt. Gelet op de beperkte waarnemingen en de gebruikte extrapolatiemethode, is het voor de groep ouder dan 90 jaar nog te vroeg om een gunstige uitspraak te doen over een erg opvallende daling van het sterftcijfer, hoewel een lichte verbetering opgetekend kan worden.

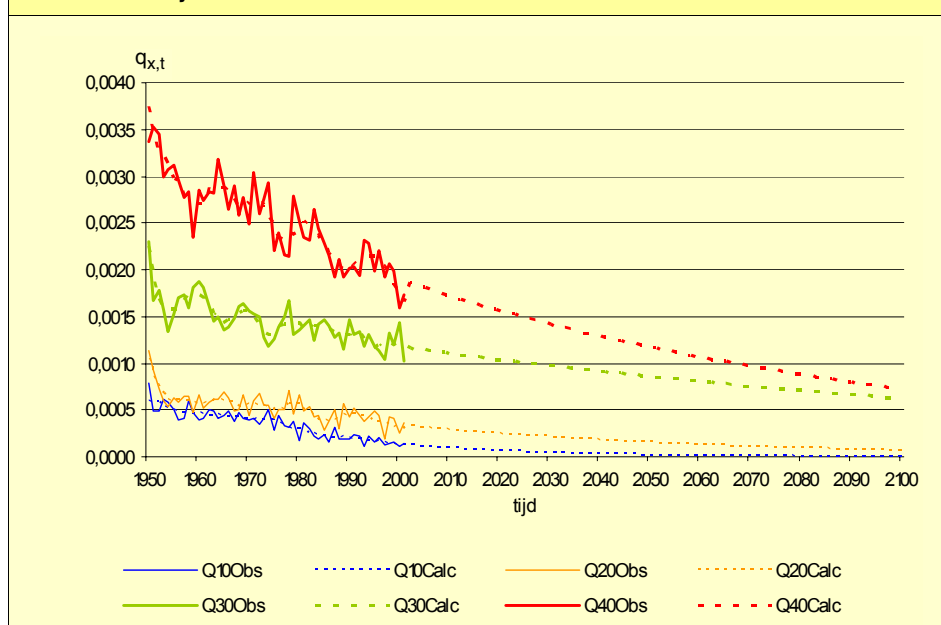


**FIGUUR 5 - Waargenomen en geprojecteerde  $q_{x,t}$  voor vrouwen, per leeftijd (log)**

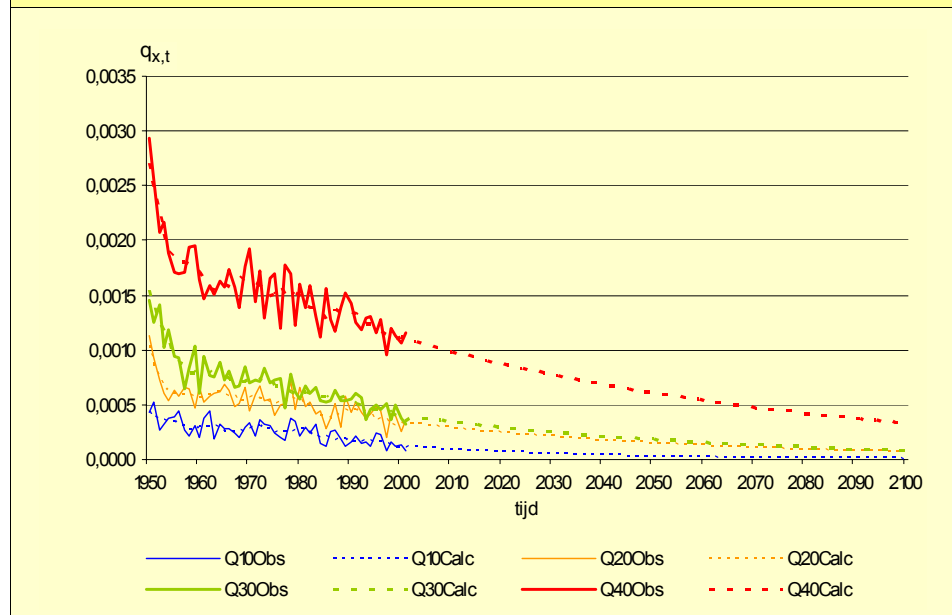
#### 4. Waarden van de $q_{x,t}$ per leeftijd

De volgende grafieken geven voor verschillende leeftijden de waarden van de  $q_{x,t}$  die sinds 1948 worden waargenomen (niet-afgevlakt en afgevlakt) en de geprojecteerde waarden vanaf 2002. Voor de leeftijden van 90 jaar en ouder, zijn de curven voor het verleden onregelmatiger door het klein aantal waarnemingen.

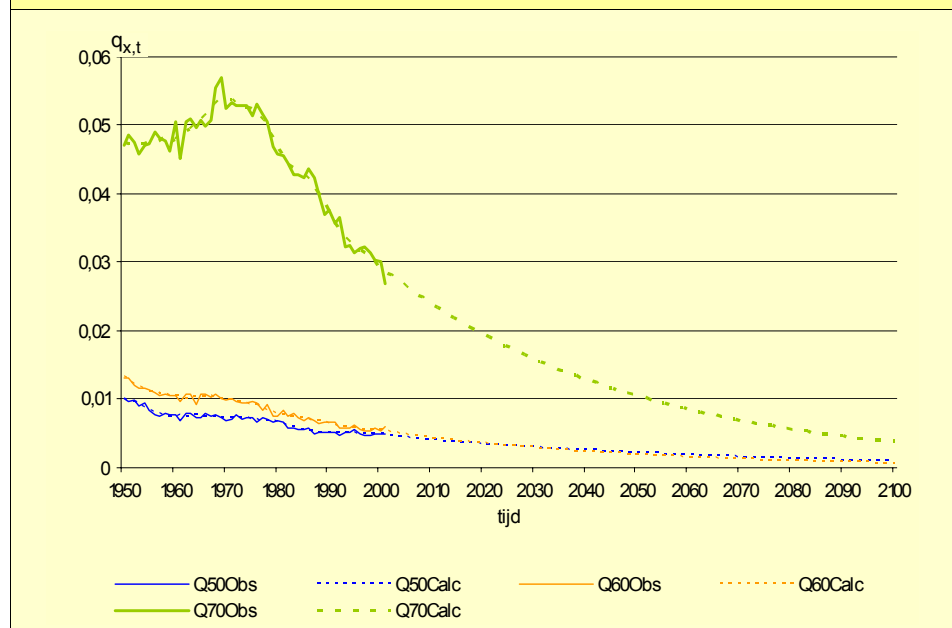
Men stelt vast dat de berekende curven de recente waarnemingen voldoende verlängen, zowel trendmatig als bij het beginpunt van de simulatie.

**FIGUUR 6 - Curven van de vroegere en toekomstige  $q_{x,t}$ : Mannen van 10 tot 40 jaar**

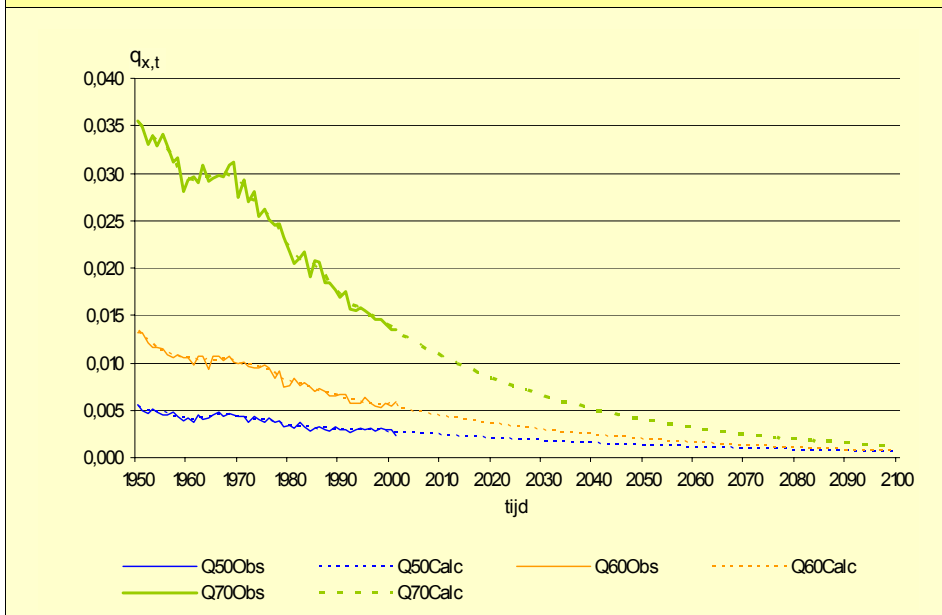
**FIGUUR 7 - Curven van de vroegere en toekomstige  $q_{x,t}$ : Vrouwen van 10 tot 40 jaar**



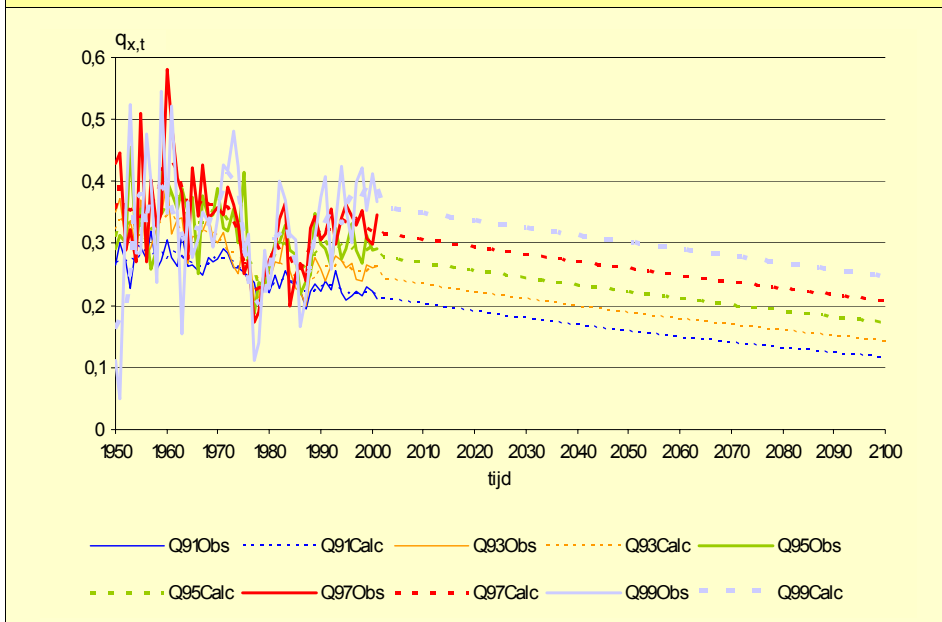
**FIGUUR 8 - Curven van de vroegere en toekomstige  $q_{x,t}$ : Mannen van 50 tot 70 jaar**

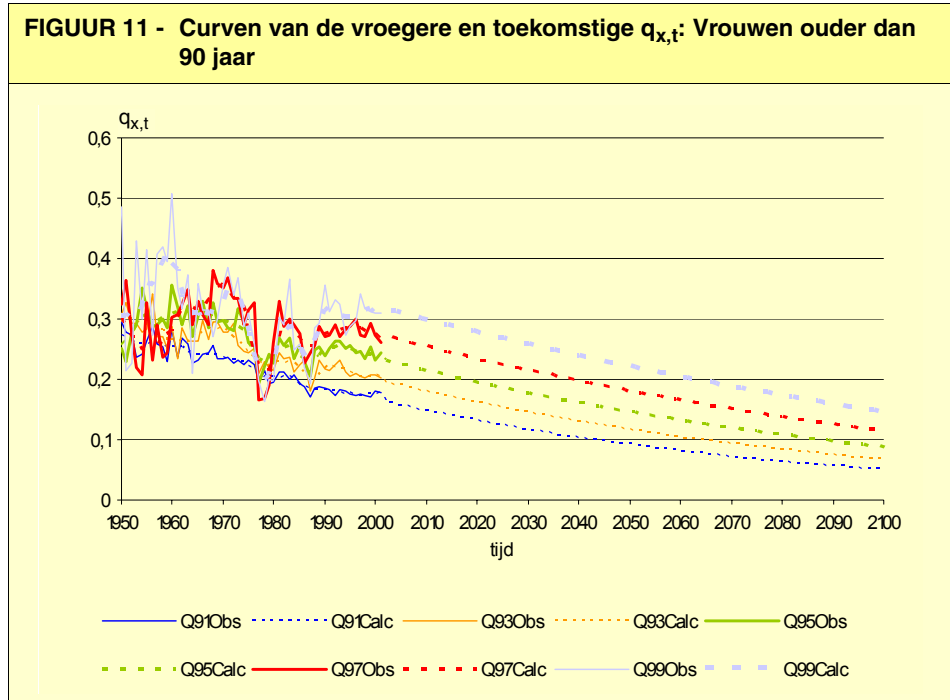


**FIGUUR 9 - Curven van de vroegere en toekomstige  $q_{x,t}$ : Vrouwen van 50 tot 70 jaar**



**FIGUUR 10 - Curven van de vroegere en toekomstige  $q_{x,t}$ : Mannen ouder dan 90 jaar**





## 5. Waarden van de levensverwachtingen per leeftijd ( $E_{x,t}$ )

De levensverwachting op leeftijd  $x$  ( $E_{x,t}$ ), zoals berekend in de officiële sterftetafels, is het gemiddeld aantal jaren die iemand op die leeftijd nog te leven heeft, naargelang van de sterfteomstandigheden van het moment.

De levensverwachting wordt door de volgende formule verkregen:

$$E_{x,t} = 0,5 + \frac{\sum_{j=0}^{\tilde{x}_t - 1} \left( \prod_{i=0}^{j-1} (1 - q_{i,t}) \right)}{x-1} \quad \text{voor } x > 0 \quad (24)$$

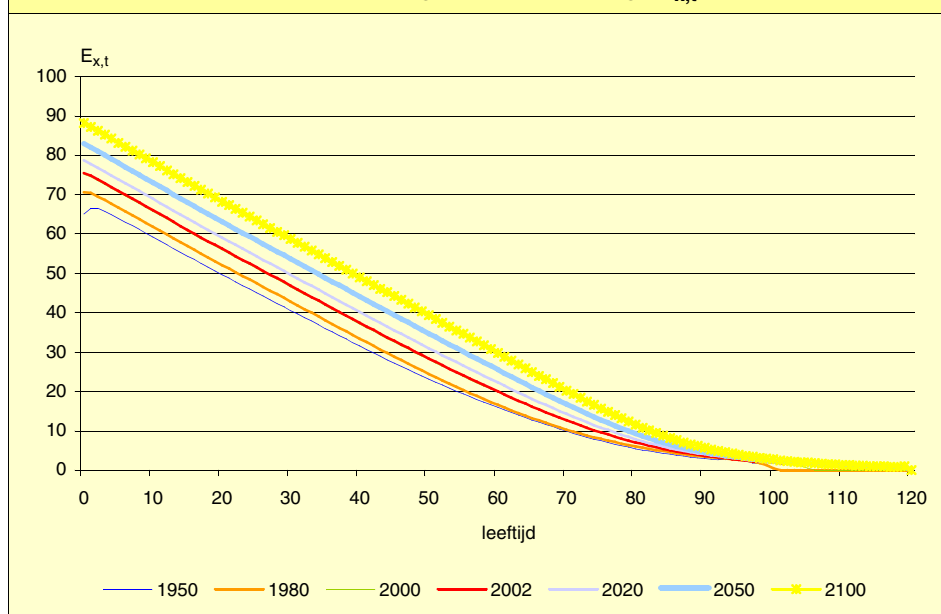
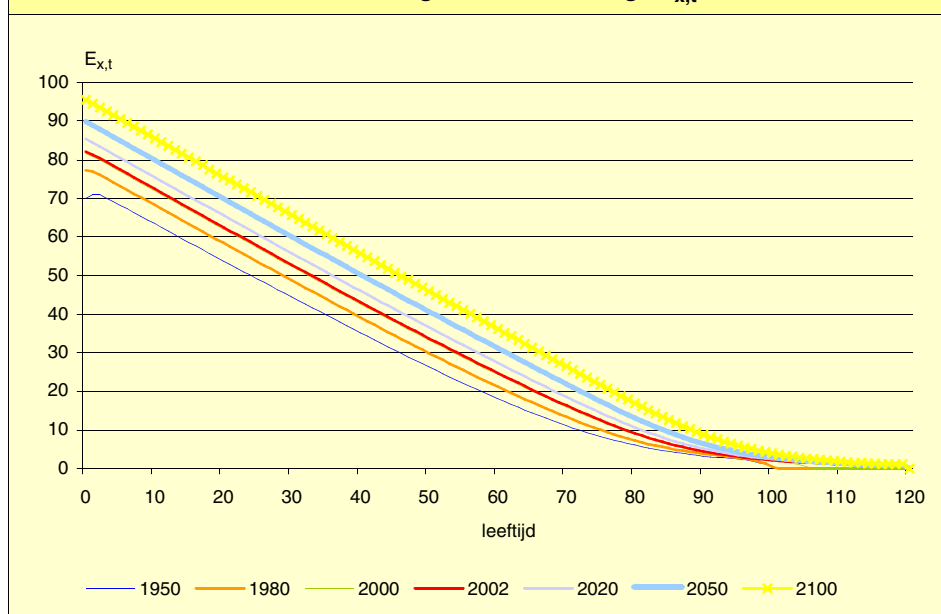
en

$$E_{0,t} = 0,5 + \sum_{i=1}^{\tilde{x}_t} \left( \prod_{j=0}^{i-1} (1 - q_{j,t}) \right) \quad (25)$$

waarbij  $\tilde{x}_t$  de grensleeftijd is in jaar  $t$ .

De volgende twee grafieken tonen een vrij constante evolutie van de levensverwachting op verschillende leeftijden tot ongeveer 75 jaar. Daarna is er een duidelijke daling.



**FIGUUR 12 - Waarden van de vroegere en toekomstige  $E_{x,t}$  voor mannen****FIGUUR 13 - Waarden van de vroegere en toekomstige  $E_{x,t}$  voor vrouwen**

De volgende twee tabellen geven de waarden van de levensverwachting op verschillende leeftijden over de periode 1950-2100 voor mannen en vrouwen.

**TABEL 2 - Levensverwachting van mannen op verschillende leeftijden**

	1950	1975	2000	2025	2050	2075	2100
0	65,11	69,39	75,14	79,44	82,93	85,79	88,16
20	49,66	51,38	55,91	59,77	63,09	65,88	68,22
40	31,51	32,64	37,08	40,85	44,06	46,74	48,98
60	15,89	15,97	19,79	22,83	25,52	27,80	29,74
65	12,73	12,68	15,98	18,61	21,01	23,10	24,93
80	5,44	5,72	6,94	8,10	9,27	10,42	11,56
90	2,97	3,25	3,47	4,08	4,58	5,12	5,69

**TABEL 3 - Levensverwachting van vrouwen op verschillende leeftijden**

	1950	1975	2000	2025	2050	2075	2100
0	70,06	75,90	81,51	86,16	89,86	92,92	95,51
20	53,81	57,43	62,10	66,40	69,97	72,98	75,54
40	35,20	38,13	42,63	46,80	50,26	53,19	55,70
60	18,12	20,32	24,36	28,11	31,23	33,90	36,21
65	14,42	16,31	20,08	23,58	26,54	29,10	31,33
80	6,08	6,84	8,88	11,11	13,15	15,09	16,93
90	3,16	3,61	4,26	5,38	6,46	7,61	8,83

De winst aan levensverwachting voor mannen over de periode 2000-2050 zou de volgende zijn:

- 7,79 jaar op 0 jaar
- 7,18 jaar op 20 jaar
- 6,98 jaar op 40 jaar
- 5,73 jaar op 60 jaar
- 2,33 jaar op 80 jaar

voor respectievelijk 10,03 jaar, 6,25 jaar, 3,90 jaar en 1,50 jaar van 1950 tot 2000.

De winst aan levensverwachting voor vrouwen over de periode 2000-2050 zou de volgende zijn:

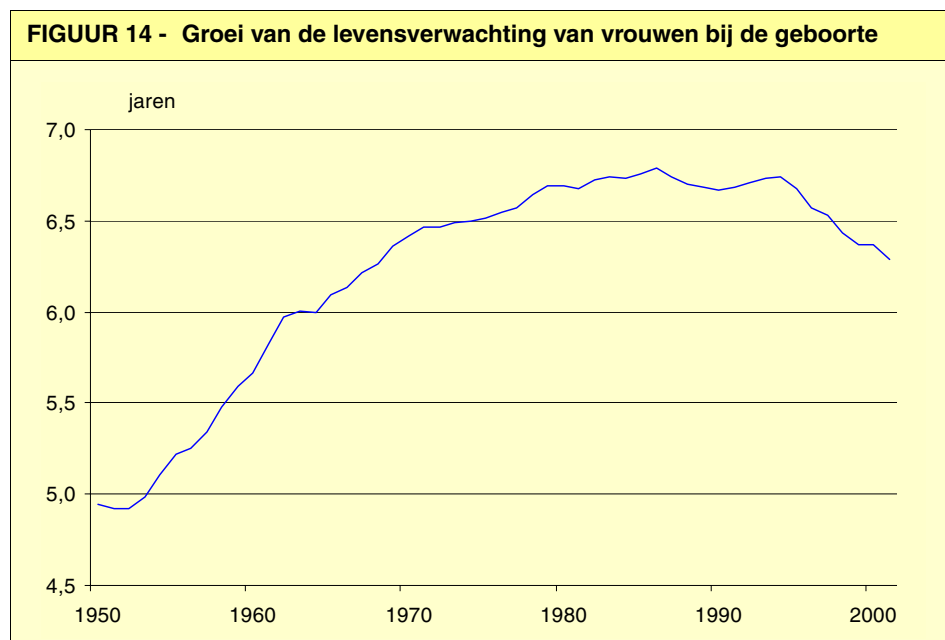
- 8,35 jaar op 0 jaar
- 7,87 jaar op 20 jaar
- 7,63 jaar op 40 jaar
- 6,87 jaar op 60 jaar
- 4,27 jaar op 80 jaar

voor respectievelijk 11,45 jaar, 8,29 jaar, 7,43 jaar, 6,24 jaar en 2,80 jaar van 1950 tot 2000.

Over het volledige leven, zou het tempo van de levensverlenging afzwakken in de loop van de volgende vijftig jaar ten opzichte van de periode 1950-2000. Wanneer we echter kijken naar de levensverwachting op verschillende leeftijden, dan zien we dat dit toe te schrijven is aan de kleine vooruitgang die geboekt wordt bij de levensverwachting op jonge leeftijd. Die vooruitgang is immers relatief groter op hogere leeftijd, vooral bij mannen.

## D. Opmerking: Naar een convergentie van de levensverwachting van mannen en vrouwen bij de geboorte?

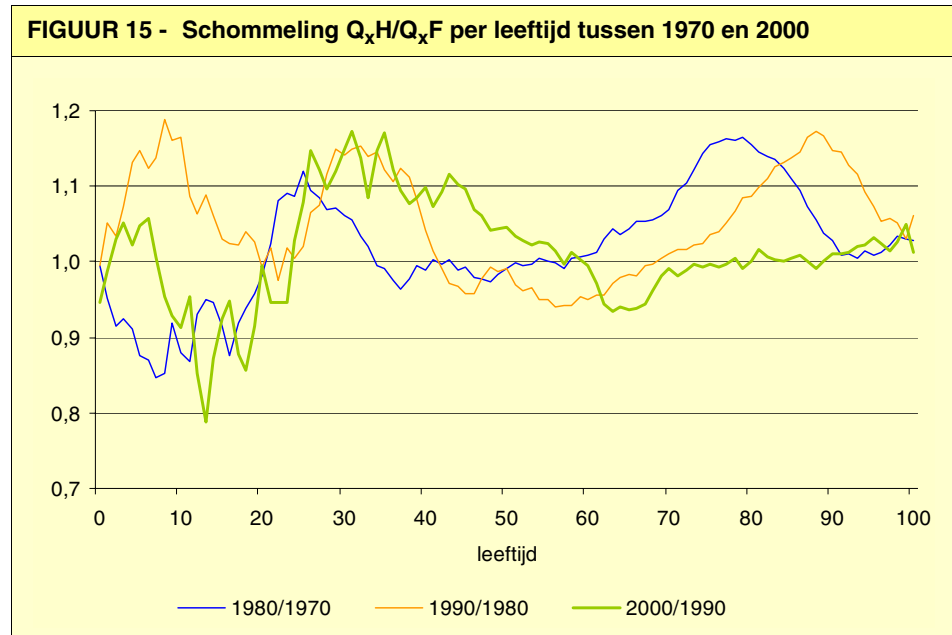
Zoals blijkt uit figuur 14 noteert men de jongste jaren een convergentie van de levensverwachting van mannen en vrouwen bij de geboorte.



In feite groeide de levensverwachting van de vrouwen bij de geboorte van 1953 tot 1986 sneller dan die van de mannen. Tussen 1987 en 1994 bleef het verschil tussen beide omzeggens stabiel. Na 1994 noteert men een - lichte - convergentie (verschil van 6,74 jaar in 1994, van 6,29 jaar in 2001). De meest vermelde oorzaken van dat kleinere verschil tussen de sterftcijfers voor mannen en vrouwen is dat het sterftcijfer van vrouwen verslechtert doordat hun levensstijl steeds meer op die van mannen gaat lijken met stress, tabaksgebruik, enz. en dat het sterftcijfer van mannen verbetert doordat zij meer aandacht aan gezondheidsfactoren gaan schenken: dieet, sport.

Hoe populair zij ook moge zijn, omdat zij een snelle indicator van de levensduur van een bevolking is, toch blijft de levensverwachting bij de geboorte in de eerste plaats een synthetische maat voor de overlevingskansen op elke leeftijd.

Figuur 15 geeft de wijziging van de oversterfte van mannen op elke leeftijd (of de verhouding tussen de  $q_x$  voor mannen en de  $q_x$  voor vrouwen in procenten, afgevlakt voor de leeftijden en de jaren, om kleine schommelingen uit te schakelen) over drie opeenvolgende periodes, namelijk van 1970 tot 1980, van 1980 tot 1990 en ten slotte van 1990 tot 2000. Het is tijdens die laatste periode dat de convergentie van de levensverwachting bij de geboorte merkbaar wordt.



Een indicator hoger dan 1 wijst er op dat de oversterfte van mannen tijdens de beschouwde periode voor een bepaalde leeftijd toegenomen is. Wij zien dat de oversterfte van mannen tijdens de drie subperiodes, dus ook tijdens de periode van 1990 tot 2000, op bepaalde leeftijden kan toenemen en op andere kan dalen. Alvorens definitieve conclusies voor de toekomst te trekken moet er een analyse gemaakt worden van de oorzaken van de recente vermindering van het verschil tussen de sterftcijfers voor mannen en vrouwen. Het voordeel van de in dit hoofdstuk voorgestelde methode is dat de statistische aanpassing van de gegevens over een coherente periode, die begint in 1970, zorgvuldig per geslacht en per leeftijd onderzocht wordt. Zij wordt in haar aanpak bevestigd door de resultaten van een lichtjes verschillende methode, die door de UCL op de gegevens voor mannen wordt toegepast en in hoofdstuk III wordt toegelicht.

Bij een volgende herziening van de projectie, wanneer wij kunnen beschikken over meer gegevens en, hopelijk, over een betere analyse van de nog te verklaren fenomenen, zal het misschien mogelijk zijn de algemene projectiemethode te herzien door, bijvoorbeeld, meer gewicht toe te kennen aan de meest recente waarnemingen. Momenteel lijkt het hoedanook voorbarig te willen komen tot een vermindering van het verschil in levensverwachting bij de geboorte.



## Methodologie van de UCL en vergelijking FPB-UCL

### A. Methodologie van de UCL

*De auteurs van dit rapport willen de professoren van de UCL hartelijk bedanken, in het bijzonder professor Denuit, voor hun deelname aan de werkgroep, voor hun advies bij de ontwikkeling van de methode van het FPB, voor de aanvullende werkzaamheden waardoor een betere vergelijking tussen de twee benaderingen mogelijk werd (zie punt B hierna), voor het onderstrepen van de overeenkomstigheden van de benaderingen en de gelijklopendheid van de resultaten van beide methodes en voor hun actieve bijdrage tot het uitschrijven van punten A en B.*

In eerste instantie konden de actuarissen en statistici van de UCL (equipe verzekeringsstatistiek met professor Michel Denuit als spilfiguur) een beroep doen op de methode voor de projectie van het sterftecijfer die in 1992 ontwikkeld werd door Ronald Lee van de Universiteit van Californië in Berkeley en Lawrence Carter van de Universiteit van Oregon. Die benadering werd door het 'US Bureau of the Census' overgenomen om projecties voor het sterftecijfer te maken. Ze splitst de logaritmes van de sterftegraad in twee componenten: een component eigen aan de leeftijd en een trendmatige component. Die laatste wordt vervolgens geëxtrapoleerd in de toekomst (dankzij modellen van tijdreeksen) om de projecties voor het sterftecijfer te bekomen. Net zoals bij de methode die het FPB koos en die hierboven werd omschreven, beperkt deze methode zich tot de extrapolatie van de trends uit het verleden en kan dus geen nieuwe gebeurtenissen vermelden zoals nieuwe ziektes, de ontwikkeling van nieuwe medicijnen of de behandeling van aandoeningen die tot dan toe ongeneeslijk waren. De centrale hypothese is dat de evolutie die vroeger de boventoon voerde, in de toekomst van toepassing blijft.

Een aantal leden van de equipe verzekeringsstatistiek van de UCL trad op als expert in de werkgroep 'mortaliteit' binnen de KVBA onder het voorzitterschap van Philippe Delfosse. Een eerste verbetering van het model (de zogenaamde Poisson-log-bilineaire) werd bij deze gelegenheid ontwikkeld en de resultaten voor België werden voorgesteld tijdens een colloquium dat door de KVBA op 13 september 2002 werd georganiseerd.

Naar aanleiding van de vergaderingen van de werkgroep met het FPB als draai-schijf en op vraag van Minister Vandenbroucke, werkten de actuarissen van de UCL een nieuwe methodologie uit die op 26 november 2003 werd voorgesteld op het FPB in Brussel. De sterftequotienten voor de mannelijke bevolking die door het FPB werden geleverd, werden behandeld en prospectieve sterftetafels voor de mannelijke Belgische bevolking werden opgesteld. Dankzij die nieuwe benadering kon het probleem van het sterftecijfer op hoge leeftijd aangepakt worden

(wat niet mogelijk was met het model Poisson-log-bilineaire). Bovendien werd vermeden dat er een beroep gedaan moet worden op modellen van tijdreeksen door de periode te selecteren waarin de trendmatige component van de evolutie van het sterftecijfer min of meer lineair was (namelijk 1970-2001).

Professor Denuit bezorgde de volgende resultaten van zijn berekeningen:

- $q_{x,t}$  van mannen op de volgende leeftijden: 0, 20, 40, 65, 85, 99, 110 tegen 2100
- $q_{x,t}$  per leeftijd voor mannen voor de jaren 2050 en 2100

## B. Vergelijking van de methodes van het FPB-UCL

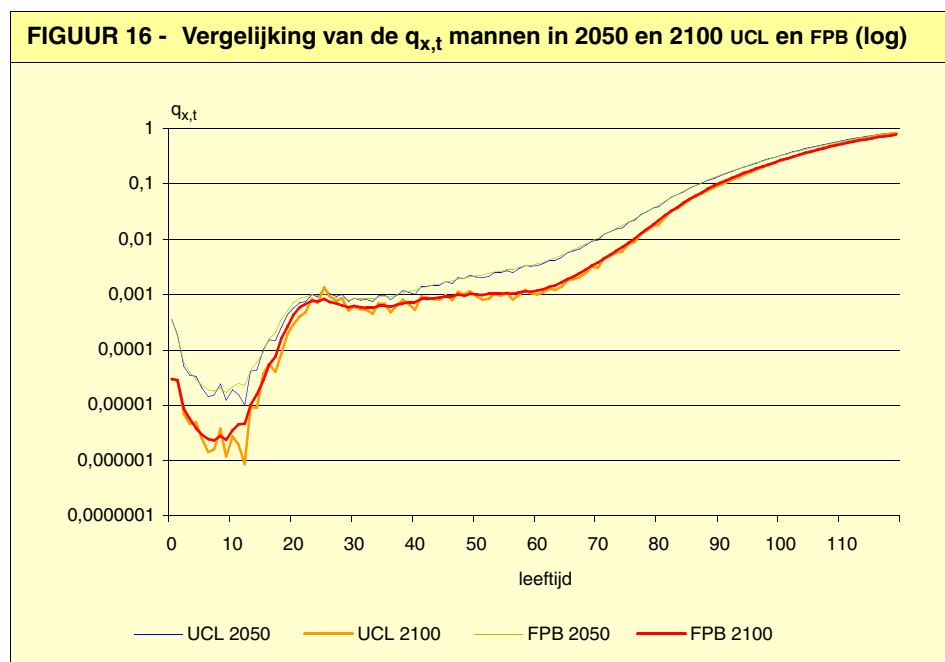
Als we de methodes van het FPB en de UCL vergelijken, dan stellen we de volgende verschillen vast:

- De actuarissen van de UCL modelleren de logaritmes van de sterftegraad, maar niet de logaritmes van de sterftequotienten (hierdoor wordt vermeden dat er beperkingen op de parameters alfa en bèta moeten worden opgelegd die in de vergelijking (1) voorkomen).
- In de methode van de UCL wordt geen enkele voorafgaande afvlakking van de gegevens toegepast.
- In de methode van de UCL worden de gegevens over de hoge leeftijden (85 jaar en ouder) behandeld vóór de aanpassing van het model. De analyse heeft betrekking op de sterftetafels die op 130 jaar afsluiten. Er dient te worden opgemerkt dat de behandeling van de hoge leeftijden sterk verschillend is in de methode van het FPB en die van de UCL.
- De waarnemingsperiode 1970-2001 werd ook gekozen in de methode van de UCL om over een trendmatige component te kunnen beschikken die zo lineair mogelijk is.
- Er is geen afvlakking van de parameters bèta in de methode van de UCL. De benadering van het FPB lijkt op dat punt relevanter. Een raming aan de hand van de gewogen maximale waarschijnlijkheidsmethode kan ook goede resultaten opleveren. Een afvlakking van de alfa's zou wenselijk kunnen lijken. Die methode zou toch als nadeel hebben dat de recentste waarnemingen niet meer zo verfijnd aansluiten. Voorlopig werd die methode dus verworpen door het FPB.
- De methode van de UCL bewaart de alfa's die geraamd worden per kleinste kwadraat op basis van de waarnemingen voor de periode 1970-2001. Met het alternatief van het FPB kunnen de projecties gestart worden bij de recentst beschikbare sterftetafels.

## C. Vergelijking van de resultaten FPB-UCL

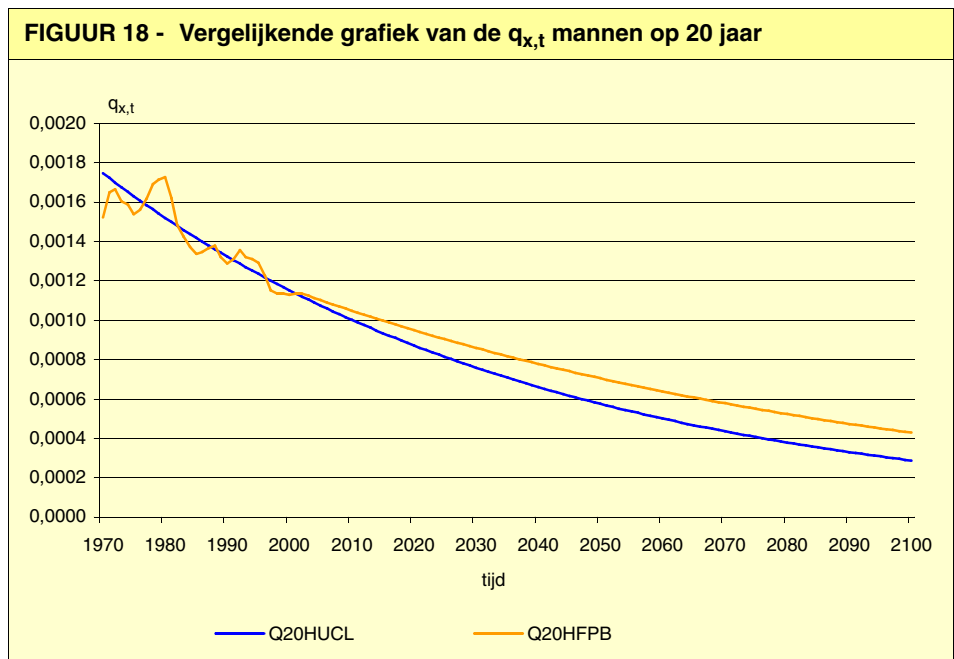
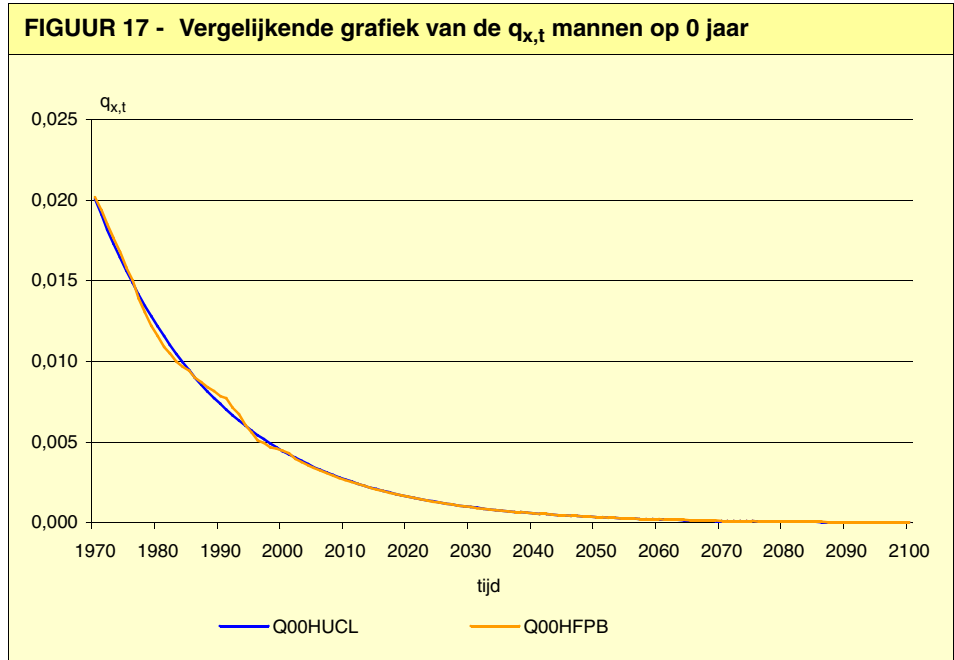
De experts van het FPB hebben de projecties voor de mannelijke bevolking vergeleken die aan de hand van de methodes van het FPB en de UCL werden verkregen (reeks sterftequotienten op de leeftijd 0, 20, 40, 65, 85, 99 en 110 jaar en volledige sterftetafels voor de jaren 2050 en 2100). Ondanks de soms sterk verschillende technische keuzes, bleek dat de prospectieve quotienten vergelijkbaar waren (vermits het om een prospectieve oefening ging over verschillende decennia, waren verschillen onvermijdelijk). Vermits de behandeling van de quotienten voor hoge leeftijden sterk verschillend is in de methode van het FPB en in die van de

UCL, hebben de projecties voor die leeftijdsgroep hiervan invloed ondervonden. Globaal genomen bevestigt de gelijkenis van de projecties van het FPB en die van de UCL, de cijfers die het FPB naar voren schuift.



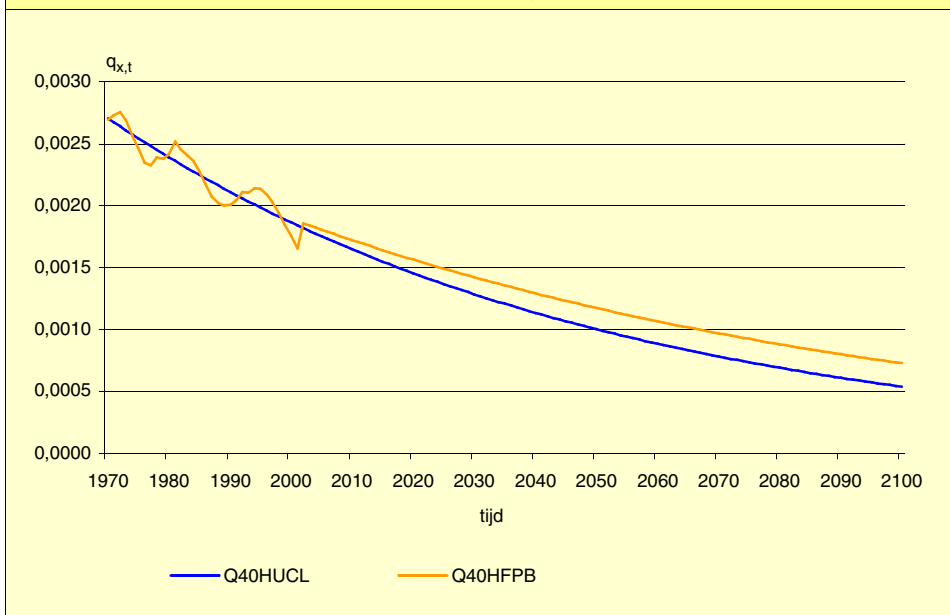
**TABEL 4 - Vergelijking van de  $q_{x,t}$  tussen het FPB en de UCL op verschillende leeftijden**

	1975	2000	2025	2050	2075	2100
Q0HUCL	0,015648	0,004458	0,001265	0,000358	0,000102	2,88E-05
Q20HUCL	0,00163	0,001151	0,000813	0,000575	0,000406	0,000287
Q40HUCL	0,002544	0,001866	0,001368	0,001002	0,000735	0,000539
Q65HUCL	0,03208	0,018139	0,010224	0,005753	0,003234	0,001817
Q85HUCL	0,163558	0,130912	0,104374	0,082957	0,065773	0,052048
Q99HUCL	0,423493	0,380942	0,341342	0,304805	0,271346	0,240904
Q110HUCL	0,699336	0,669119	0,638633	0,608101	0,577727	0,547697
Q0HFPB	0,015814	0,00449	0,001255	0,00036	1,03E-04	2,96E-05
Q20HFPB	0,001538	0,001129	0,000903	0,000704	0,000549	0,000428
Q40HFPB	0,00247	0,001758	0,001492	0,001174	0,000924	0,000727
Q65HFPB	0,032219	0,018061	0,010267	0,005859	0,003343	0,001908
Q85HFPB	0,166627	0,132342	0,105483	0,084087	0,06703	0,053434
Q99HFPB	0,290133	0,376997	0,332964	0,303094	0,274091	0,246426
Q110HFPB	#N/A	#N/A	0,628753	0,602447	0,572711	0,540643

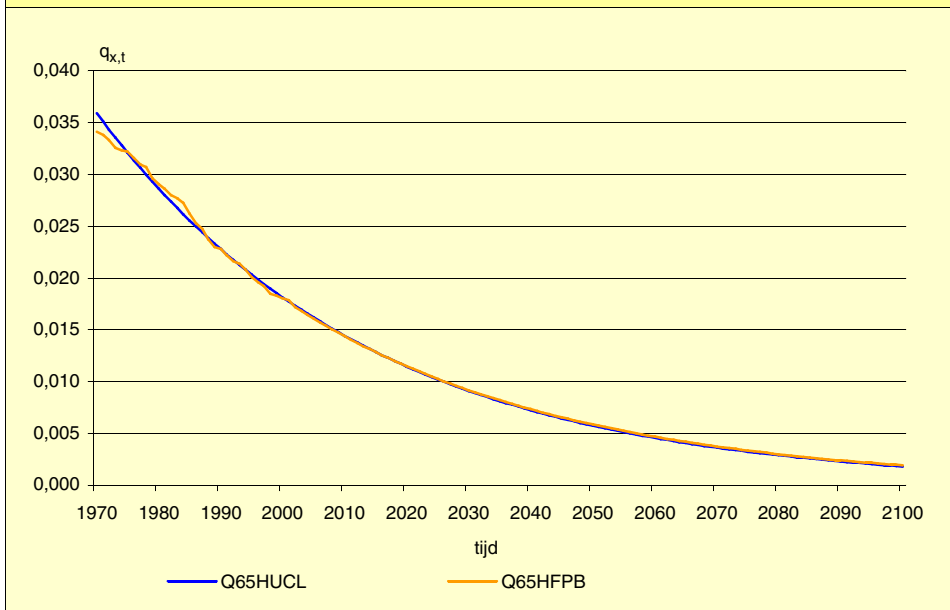


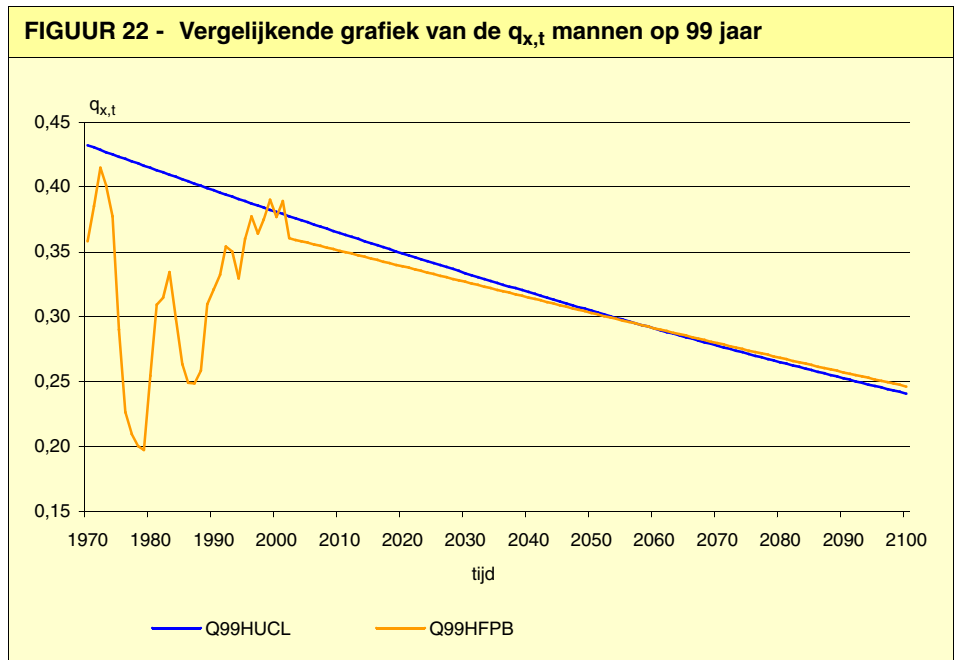
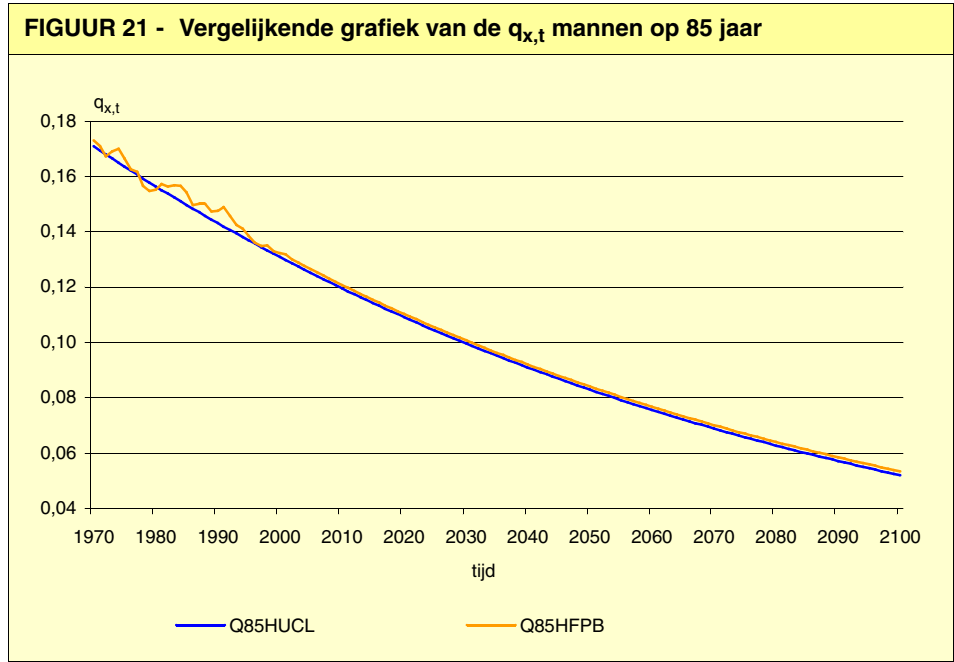


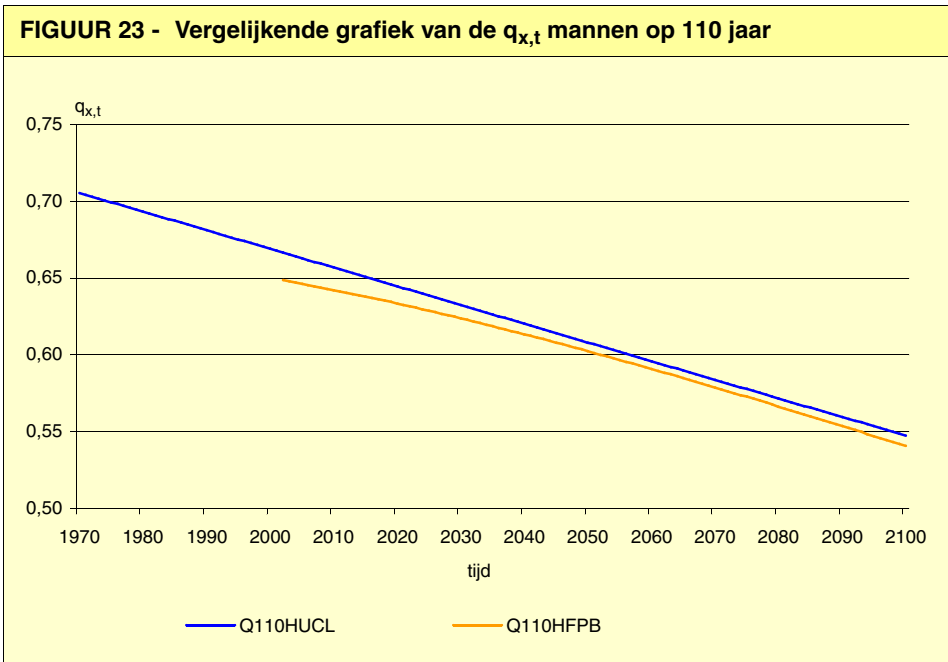
**FIGUUR 19 - Vergelijkende grafiek van de  $q_{x,t}$  mannen op 40 jaar**



**FIGUUR 20 - Vergelijkende grafiek van de  $q_{x,t}$  mannen op 65 jaar**

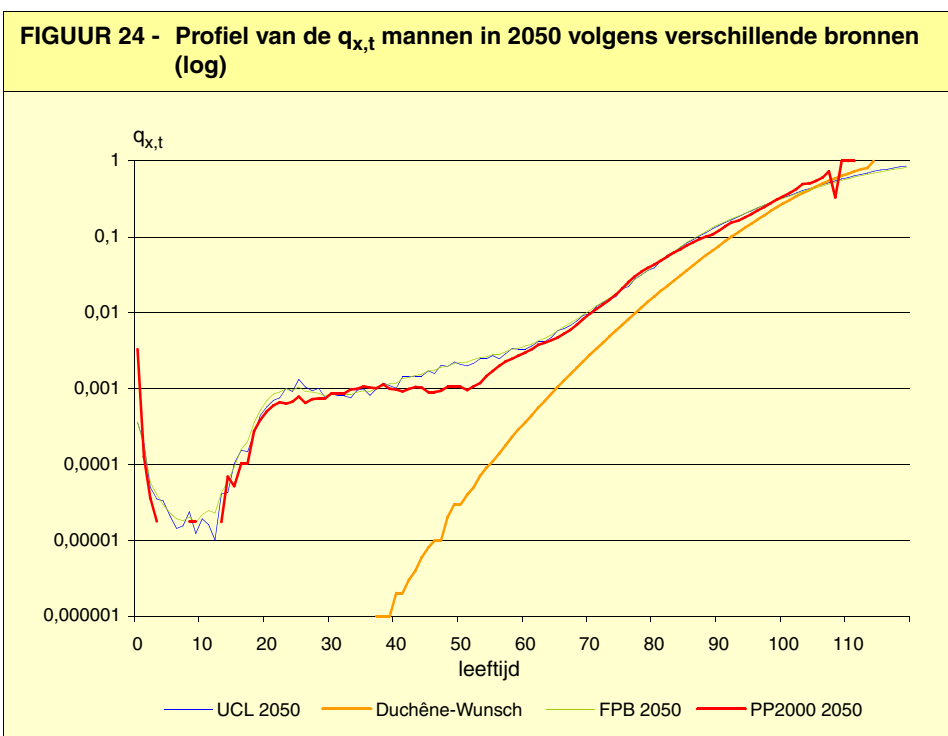


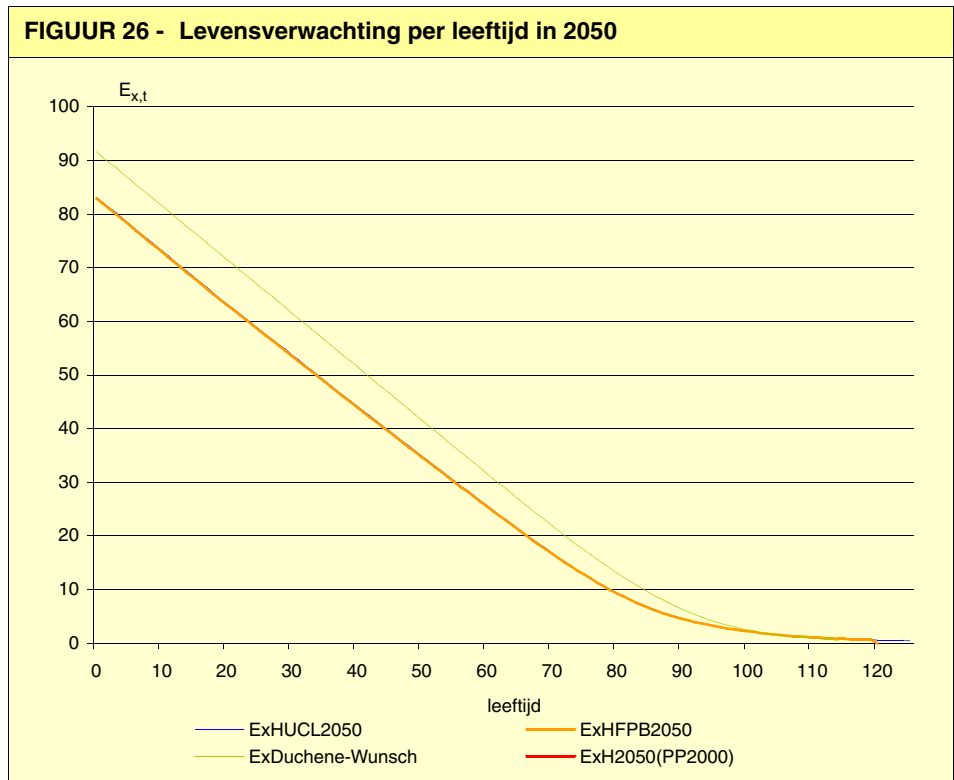
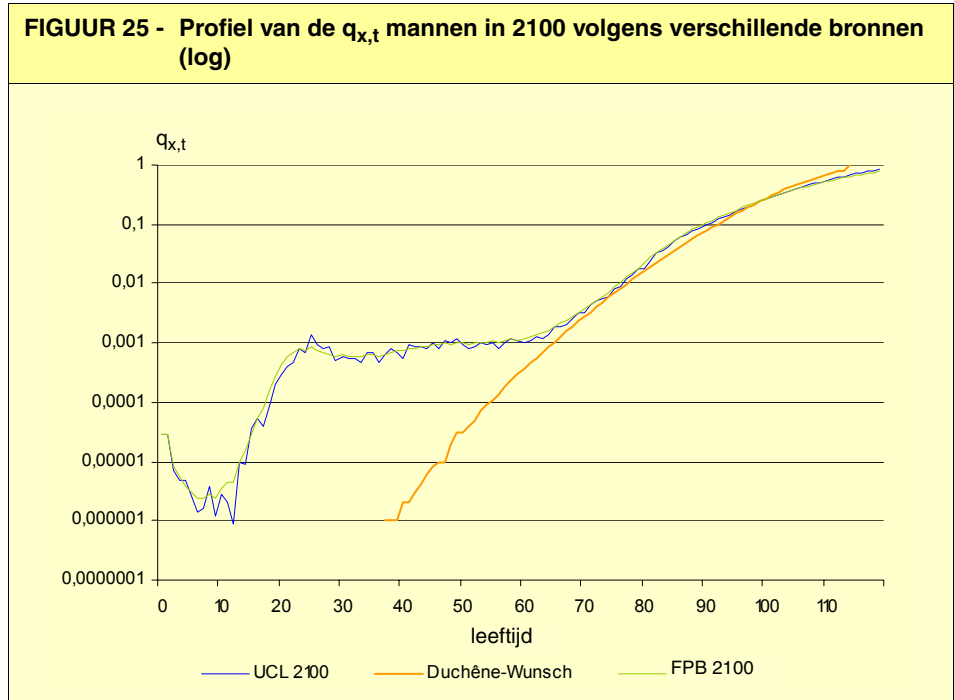




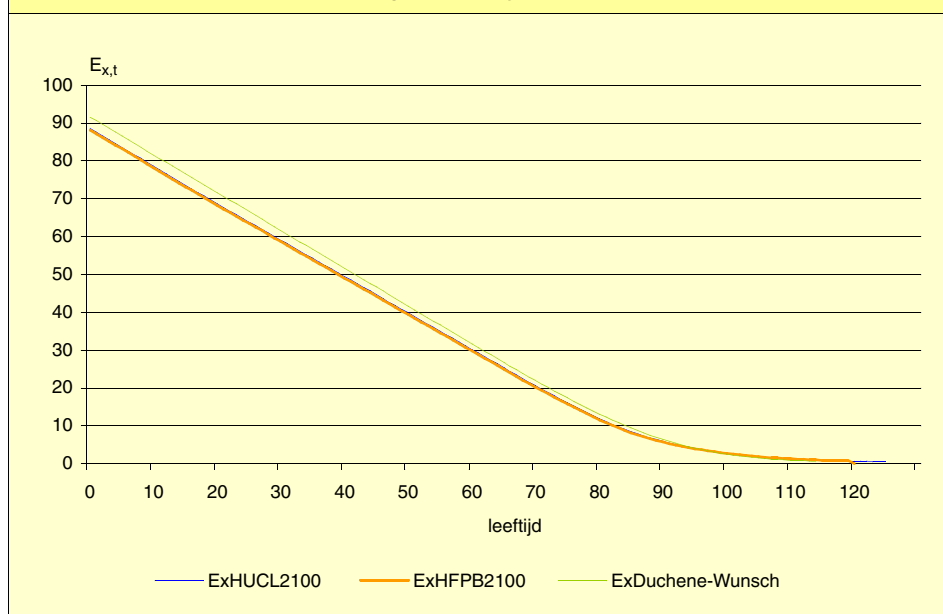
De grafieken 22-23 vergelijken de profielen van de  $q_{x,t}$  mannen en de grafieken 24 en 25 vergelijken de profielen van de  $E_{x,t}$  mannen,  $q_{x,t}$  en  $E_{x,t}$  die verkregen worden aan de hand van de methodes van de UCL en het FPB in 2050 en 2100. Die grafieken plaatsen die profielen in perspectief met de biologische sterftetabel Duchêne-Wunsch, en voor 2050 doen ze dat met de vooruitzichten NIS-FPB 2000-2050.

De biologische sterftetabel Duchêne-Wunsch is, zoals eerder aangehaald, een grenstafel die, op het ogenblik dat ze werd opgesteld, de kans op overlijden per leeftijd weergaf, elk ongeval of geneeslijke ziekte buiten beschouwing gelaten. De kans op overlijden is er zo goed al nihil vóór de leeftijd van 40 jaar.





FIGUUR 27 - Levensverwachting per leeftijd in 2100







## Vergelijking van de levensverwachtingen per leeftijd in de verschillende bronnen

Tabel 5 vergelijkt de levensverwachting die voortvloeit uit verschillende sterftetafels:

- tafels gepubliceerd door het NIS voor het jaar 2001 (ExH2001-ExF2001)
- tafels die voortvloeien uit de huidige wettelijke waarde van de parameters van Makeham (ExMK-ExFK, ExMR-ExFR)
- tafels voor mannen in 2050 en 2100 die voortvloeien uit de oefening van de UCL (ExHUCL2050, ExHUCL2100)
- tafels in 2050 en 2100 die voortvloeien uit de oefening van het FPB (EXHFPB2050-ExFPB2050, ExHFPB2100-ExFPB2100)
- biologische sterftetafel van Duchêne-Wunsch, uniek voor mannen en vrouwen
- tafels in 2050 en 2100 die voortvloeien uit de vorige oefening van het FPB (ExH2050-ExF2050(PP2000))

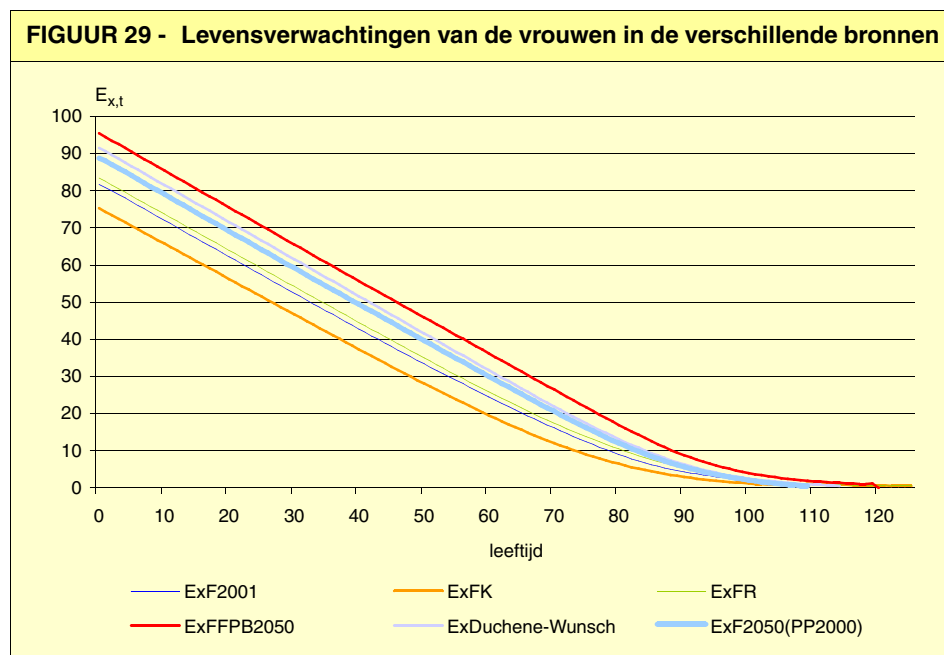
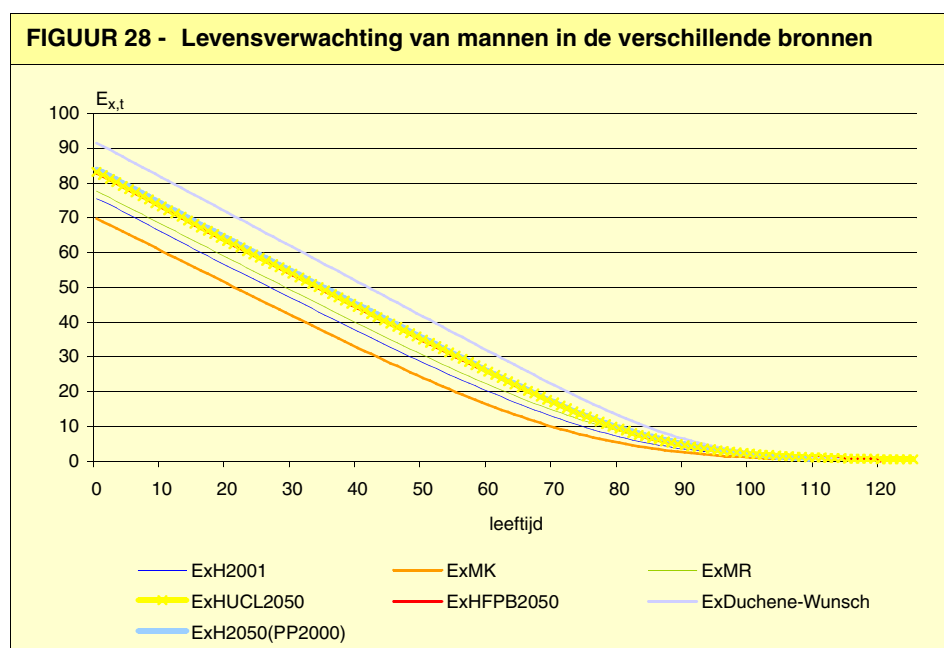
**TABEL 5 - Vergelijking van de levensverwachtingen per leeftijd in de verschillende bronnen**

	0	20	40	65	75	99	110
ExH2001	75,42	56,19	37,35	16,24	9,66	2,17	0
ExF2001	81,67	62,27	42,79	20,23	12,34	2,27	0
ExMK	69,86	51,11	32,64	12,82	7,32	1,21	1,10
ExFK	75,26	56,29	37,32	15,62	9,02	1,32	1,10
ExMR	77,71	58,58	39,62	18,13	11,40	2,33	1,10
ExFR	83,50	64,02	44,56	21,51	13,73	2,59	1,10
ExHUCL2050	83,21	63,35	44,33	21,21	12,87	2,39	1,10
ExHUCL2100	88,63	68,67	49,45	25,35	16,05	2,94	1,25
ExHFPB2050	82,93	63,09	44,06	21,01	12,74	2,41	1,11
ExHFPB2100	88,16	68,22	48,98	24,93	15,69	2,91	1,28
ExFFPB2050	89,86	69,97	50,26	26,54	17,41	3,18	1,39
ExFFPB2100	95,51	75,54	55,70	31,33	21,64	4,34	1,78
ExDuchene-Wunsch	91,62	71,62	51,62	26,75	17,35	2,76	0,92
ExH2050(PP2000)	83,90	64,26	45,15	21,48	13,06	2,23	0,00
ExF2050(PP2000)	88,88	69,14	49,43	25,27	16,16	2,33	0,00

De grafieken 26 en 27 zetten meerdere gegevens van tabel 5 om in grafieken voor mannen en vrouwen.

Voor mannen zijn de levensverwachtingen per leeftijd die voortvloeien uit de sterftetafel Duchêne-Wunsch veel hoger dan de nieuwe ramingen van het FPB in 2050. Die laatstgenoemde liggen bovendien erg dicht bij de resultaten die verkregen worden in de vooruitzichten NIS-FPB 2000-2050. De waarden van de tafels MR - MK die voortvloeien uit de waarde van de parameters op het einde van het jaar 2003 liggen in de buurt van de resultaten die in 2001 werden waargenomen.

Voor vrouwen liggen de resultaten van de nieuwe werkzaamheden van het FPB daarentegen hoger dan de levensverwachting per leeftijd die voortvloeit uit de sterftetafel Duchêne-Wunsch. Hier is het ook zo dat de waarden van de tafels MR - MK die voortvloeien uit de waarde van de parameters op het einde van 2003, in de buurt liggen van de waarden die in 2001 werden waargenomen.







## Benadering per generatie

De benadering per generatie weerspiegelt exacter de sterfteomstandigheden die individuen meemaakten en zullen kennen.

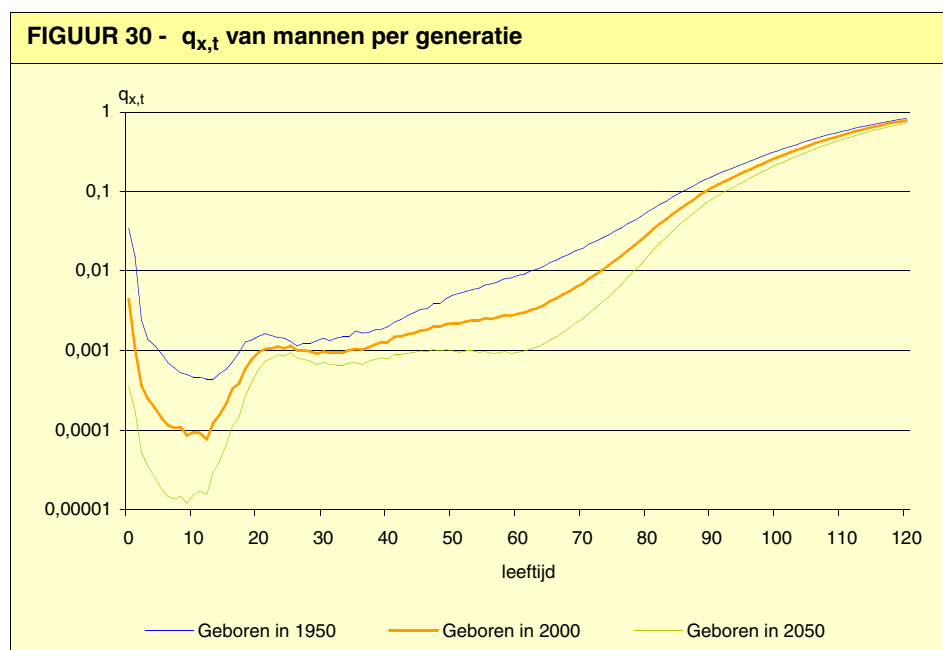
De transversale benadering of de benadering van het moment verstrekt op geen enkele manier de sterfteomstandigheden die een individu van een generatie zal meemaken in de loop van zijn leven: alle gebruikte sterftegraden zijn die van één en hetzelfde kalenderjaar. De transversale levensverwachting van een jaar geeft in feite voor dat jaar de sterftetekans voor zoveel generaties als er leeftijden zijn.

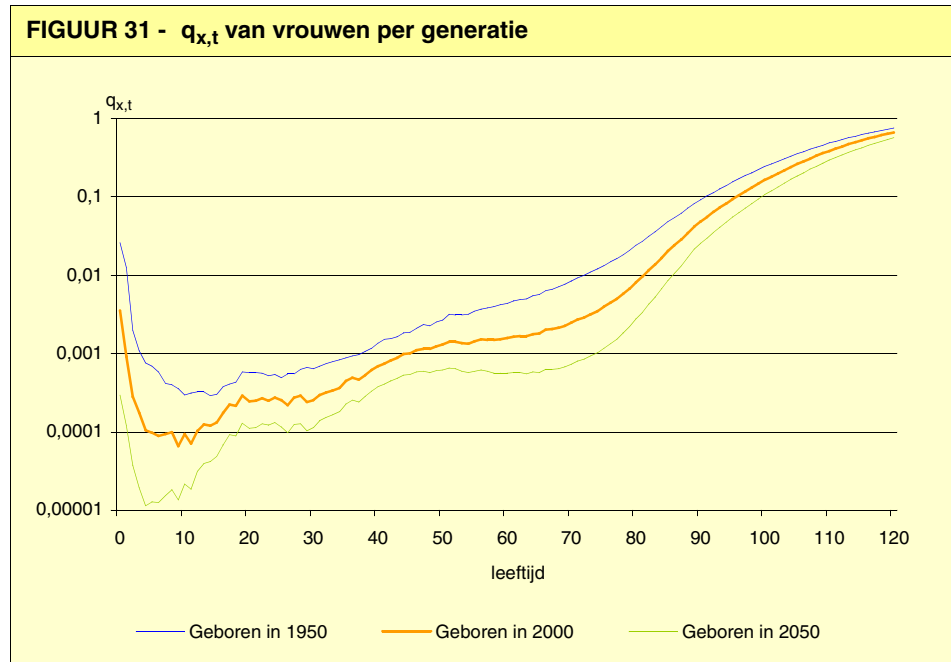
Omgekeerd volgt de generationele levensverwachting de individuen van een generatie naarmate ze ouder worden en wordt voor elke leeftijd de sterftecoëfficiënt toegepast van het jaar waarin het individu die leeftijd bereikt.

### A. Profielen van de $q_{x,t}$ per generatie

De  $q_{x,t}$  per generatie worden eenvoudigweg verkregen door de diagonaal van de tabel van de  $q_{x,t}$  te nemen. Het resultaat geeft dus, voor een generatie die geboren is in een bepaald jaar, de sterftegraad die op de verschillende leeftijden zou moeten worden toegepast, rekening houdend met de evolutie in de tijd van de al dan niet verlenging van de levensduur.

In de waarden per generatie vinden we een duidelijke daling van het sterftecijfer op jonge leeftijd en een stijging rond de leeftijdsgroep 45-75 jaar, weliswaar minder uitgesproken dan in de transversale benadering die in de figuren 4 en 5 wordt voorgesteld.





## B. Levensverwachtingen per generatie

Dankzij de veralgemening van (23), kan de levensverwachting per generatie,  $EG_{x,t}$ , worden verkregen, waarbij de vooruitgang in termen van verlenging van de levensduur in de loop van die generatie geïntegreerd wordt:

$$EG_{x,t} = 0,5 + \frac{\sum_{i=1}^{\tilde{x}_t-x} \left[ \prod_{j=1}^{x+i} (1 - q_{x+i-j, t+i-j}) \right]}{x \prod_{j=1} (1 - q_{x-j, t-j})} \quad (26)$$

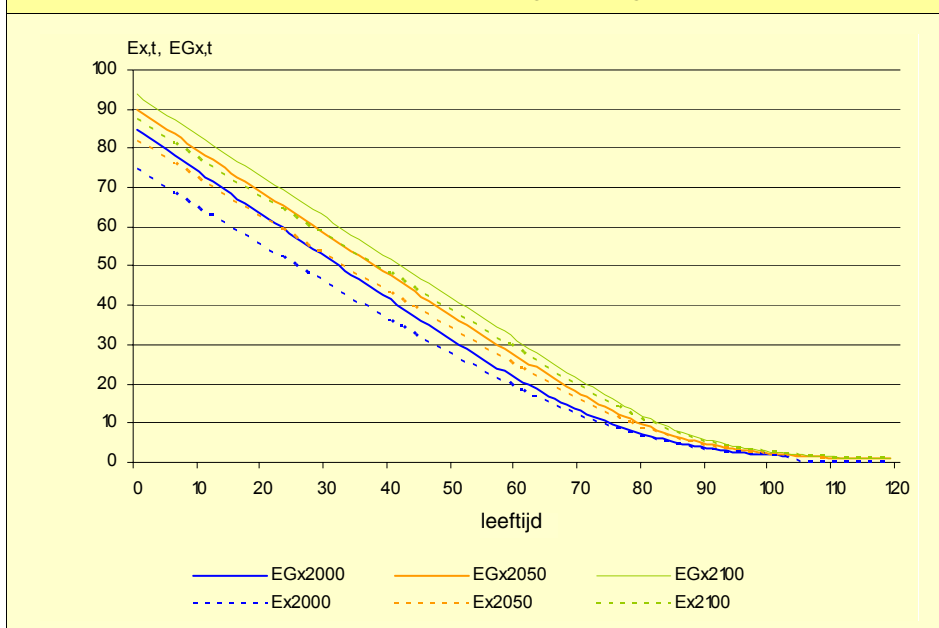
en

$$EG_{0,t} = 0,5 + \sum_{i=1}^{\tilde{x}_t} \left( \prod_{j=1}^i (1 - q_{i-j, t+i-j}) \right) \quad (27)$$

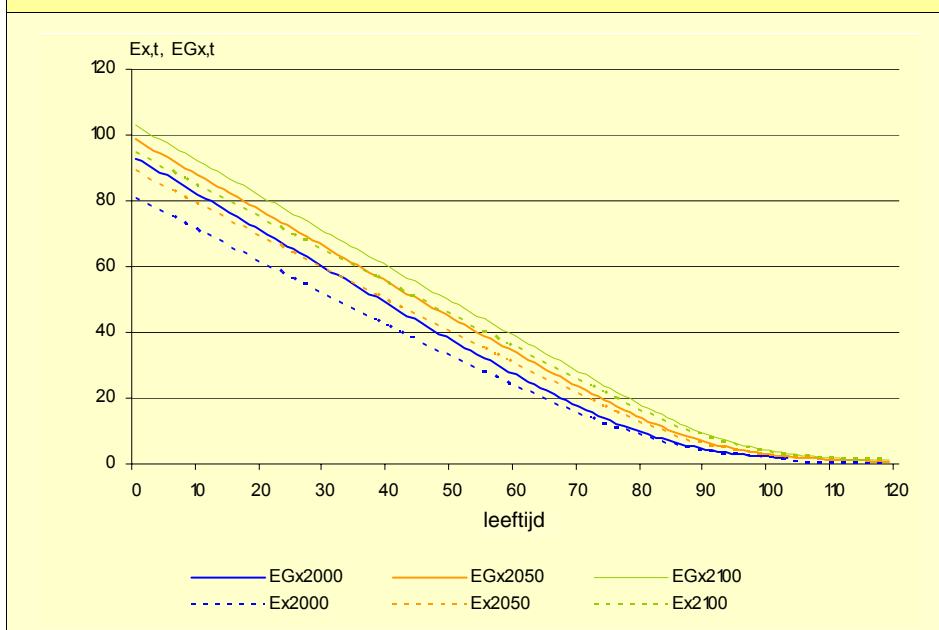
waarbij  $\tilde{x}_t$  de grensleeftijd is in het jaar  $t$ .

De volgende twee grafieken tonen de resultaten die verwacht worden voor mannen en voor vrouwen: de levensverwachting die berekend wordt per generatie is duidelijk hoger dan de transversale levensverwachting, want er wordt rekening gehouden met de vooruitgang over de volledige levensduur van de generatie. Dat verschil wordt kleiner met de leeftijd, vermits de winst in termen van sterftecoëfficiënten en, bijgevolg, van levensverwachting, vanaf de eerste levensjaren aanzienlijk is.

**FIGUUR 32 - Transversale levensverwachting en per generatie - Mannen**



**FIGUUR 33 - Transversale levensverwachting en per generatie - Vrouwen**



Met de volgende tabellen kunnen de verkregen verschillen worden berekend.

**TABEL 6 - Vergelijking van de transversale levensverwachting en per generatie**

Leeftijd	1950				2000			
	Vrouwen		Mannen		Vrouwen		Mannen	
	$E_{x,t}$	$EG_{x,t}$	$E_{x,t}$	$EG_{x,t}$	$E_{x,t}$	$EG_{x,t}$	$E_{x,t}$	$EG_{x,t}$
0	70,06	81,98	65,11	73,55	81,51	92,81	75,14	84,58
20	53,81	62,31	49,66	54,95	62,10	70,78	55,91	62,87
30	44,45	50,61	40,53	43,70	52,33	59,57	46,52	52,19
40	35,20	39,47	31,51	32,75	42,63	48,39	37,08	41,38
60	18,12	19,28	15,89	16,11	24,36	27,15	19,79	21,34
65	14,42	15,12	12,73	12,94	20,08	22,18	15,98	16,99
80	6,08	6,17	5,44	5,38	8,88	9,46	6,94	7,14

	2050				2100			
	Vrouwen		Mannen		Vrouwen		Mannen	
	$E_{x,t}$	$EG_{x,t}$	$E_{x,t}$	$EG_{x,t}$	$E_{x,t}$	$EG_{x,t}$	$E_{x,t}$	$EG_{x,t}$
0	89,85	98,65	82,93	90,04	95,51	102,91	88,16	93,69
20	69,96	76,80	63,09	68,45	75,54	81,35	68,21	72,42
30	60,07	65,88	53,61	58,07	65,60	70,58	58,64	62,18
40	50,26	55,00	44,06	47,57	55,70	59,84	48,98	51,83
60	31,22	33,80	25,52	27,11	36,21	38,67	29,73	31,21
65	26,53	28,59	21,02	22,18	31,33	33,38	24,92	26,06
80	13,14	13,83	9,27	9,53	16,94	17,80	11,56	11,89

Zowel voor de vrouwen als voor de mannen stellen we vast dat het verschil tussen de twee benaderingen van de levensverwachtingen meer dan 10 jaar kan bedragen van bij de geboorte. Zo heeft een man die in 1950 geboren is een transversale levensverwachting van 65 jaar, zoals berekend wordt in de klassieke sterftetafels. In feite zal hij echter gemiddeld 73 jaar worden, wat 8 jaar meer is. Voor vrouwen bedraagt dat verschil bijna 12 jaar.

Na 65 jaar liggen de waarden dicht bij elkaar: in 2000 kan een vrouw van 65 jaar nog 20 jaar leven, volgens de klassieke sterftetafel, maar in de tafels per generatie is dat nog 22 jaar.

Ten slotte kan opgemerkt worden dat de levensverwachting per generatie bij de geboorte nog geen 100 jaar zal bereiken voor mannen in 2100. Vrouwen zouden die kaap kunnen bereiken in 2065.



## Bijlage

### Lijst van de deelnemers aan de werkgroep

Met een sterretje wordt aangeduid wie de werkzaamheden binnen de subwerkgroep in het bijzonder heeft opgevolgd.

Voor de CBFA (voorheen CDV):

- Philippe Beaufay
- \* Erik Degadt
- Luc Kaiser
- Marc Meganck
- \* Alexander Van Ouytsel

Voor de KVBA, de actuarissen:

- \* Philippe Delfosse, Integrale
- Heidi Delobelle, Fortis
- Karel Goossens, Watson Wyatt
- Birgit Hannes

Voor de UCL:

- \* Michel Denuit, Professor
- \* Pierre Devolder, Professor
- Michel Poulain, Professor

Voor het NIS:

- \* Leïla Bellamammer

Voor het Federaal Planbureau:

- \* Johan Duyck
- \* Laurence Laloy
- \* Micheline Lambrecht
- \* Jean-Marc Paul